

TIETO- JA VIESTINTÄTEKNOLOGIA LUKION TILASTOJEN JA
TODENNÄKÖISYYDEN OPETUKSESSA

Joel Airta

Pro gradu -tutkielma
Huhtikuu 2017

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
TURUN YLIOPISTO

TURUN YLIOPISTO

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

AIRTA, JOEL: Tieto- ja viestintäteknologia lukion tilastojen ja todennäköisyyden opetuksessa

Pro gradu -tutkielma, 37 s.

Matematiikka

Huhtikuu 2017

Lukion uudessa opetussuunnitelmassa (2015) lisätään matematiikan opetusta tietokoneilla ja ohjelmistoilla. Tämä tutkielma on kirjallisuuskatsaus tutkimuksista, joissa on hyödynnetty tietotekniikkaa ja ohjelmistoja lukion tilastojen ja todennäköisyyden opetuksessa. Tarkoituksena on selvittää, mitä hyötyjä, haasteita ja kehitettävää tietotekniikan käytöllä on opetuksessa sekä perehtyä sen vaikutuksiin. Tavoite on ollut löytää kaikki aiheesta tehdyt tutkimukset ja esitellä vaikutukset opetukseen ja oppimiseen. Tärkeimpiä lähdejulkaisuja ovat International Journal of Mathematical Education in Science and Technology ja International Journal of Computers for Mathematical Learning. Tutkielman keskeinen tulos on, että tekniset apuvälineet näyttävät parantavan opetusta ja oppimista. Tämä antaa syytä tutkia lukio-opetusta enemmän ja parantaa käytössä olevia tapoja käyttää tietotekniikkaa opetuksessa ja oppimisessa.

Asiasanat: matematiikka, tilastot, todennäköisyys, teknologiset apuvälineet, lukio, opetus, oppiminen.

Sisältö

1	Johdanto	1
2	Tilastot ja todennäköisyys lukion opetussuunnitelmassa	3
3	Ohjelmistoista	5
4	Tutkimustulokset	9
4.1	Tietotekniikan vaikutukset opetukseen ja oppimiseen	9
4.1.1	Motivaatio ja asenteet	9
4.1.2	Havainnollistaminen	13
4.1.3	Päättelykyky	19
4.2	Teknologian ja ohjelmistojen hyödyntäminen	22
4.2.1	Palaute, arviointi ja viestinnän väline	22
4.2.2	Ohjelmistojen kehittäminen	23
4.3	Haasteet ja yleiset ongelmat	24
4.3.1	Kielen ja tulkinnan vaikutukset	24
4.3.2	Ohjelmisto ja asetukset	25
4.3.3	Opetuksen ja ohjaamisen osuus tietotekniikan käytössä	26
4.3.4	Opiskelijan ennakkokäsitykset ja käsitteelliset ongelmat	27
5	Yhteenveto	28
6	Pohdintaa	30

Luku 1

Johdanto

Todennäköisyyden ja tilastojen opetuksessa tullaan lukion opetussuunnitelman perusteiden 2015 nojalla käyttämään tieto- ja viestintäteknologisia apuvälineitä enemmän kuin aikaisemmin (Opetushallitus 2015). Myös ylioppilaskirjoitukset suoritetaan täysin sähköisesti vuonna 2019 (Digabi [www-sivusto](http://www.sivusto)). Lähdin selvittämään, minkälaisia tutkimuksia asiasta on tehty liittyen tilastojen ja todennäköisyyden opetukseen, miten tutkimustuloksia voi käytännössä hyödyntää opetusta suunniteltaessa ja mitä tulee ottaa huomioon. Teknologian kehityksen takia oletin, että teknologisia sovelluksia löytyisi paljon ja teknologialla olisi mahdollista vähentää laskemiseen kuluvaa aikaa. Uskoin, että tutkimuksia löytyisi riittävästi, koska tilastoissa ja todennäköisyydessä löytyy laskennallisia vaiheita sekä erilaisten kuvaajien että jakaumien piirtämistä, joihin teknisiä apuvälineitä voisi soveltaa.

Tutkimuksia oli tehty paljon yliopisto-opiskelijoille erilaisista lähtökohdista, mutta yhteistä tekijää ei suoranaisesti löytynyt. Myös peruskoulun oppilaille oli tehty melko paljon tutkimuksia. Tutkimuskohteissa oli paljon vaihtelua, mutta keskeisimpiä kiinnostavia aiheita oli ymmärtää miten tietotekniikka vaikuttaa ajatteluun tai päättelyyn. Usein aihetta tutkittiin jonkin tietyn tilastollisen tai todennäköisyyden aiheen opetuksessa, kuten jakauman tai kombinatoristen operaatioiden kanssa. Osa tutkimuksista keskittyi tilastojen ja todennäköisyyden kirjoitus- ja lukutaitoon. Chance, Ben-Zvi, Garfield ja Medina (2007) ryhmittelivät tutkimuksia kolmeen tyyppiin: teknologian vaikutukset opiskelijoiden päättelykykyyn, opetus- ja tilasto-ohjelmistojen vertailututkimukset ja opetusteknologian tutkimuksiin, joissa analysoidaan teknologian ja ohjelmistojen käyttöä sekä niiden kehitystä. Suomalaista lukio-opetusta vastaavia tutkimuksia löytyi melko vähän, siksi mukana on tutkimuksia, joissa opetettava tai tutkittava aihe vastaa sisällöllään lukion opetussuunnitelman perusteita (2015) tilastojen ja todennäköisyyden kursseilla.

Toisessa luvussa käydään läpi lukion opetussuunnitelman perusteiden (2015) sisältöä tilastojen ja todennäköisyyden kursseista. Tarkoituksena on antaa käsitys lyhyen ja pitkän matematiikan tilastojen ja todennäköisyyden kurssien eroista. Samalla saadaan vertailukohtia tutkimuksissa käytettyiden aiheiden, harjoituksissa hyödynnetyn tietotekniikan ja ohjelmistojen vai-

lutuksista, sopivuudesta ja käyttötavoista.

Kolmannessa luvussa esitellään lyhyesti keskeisimmät tutkimuksissa käytetyt ohjelmistot ja tietotekniikkaan liitetyt opetusmateriaalit. Tämän on tarkoitus tukea myöhemmin tutkielmassani pohdintoihini vaikuttavia näkökulmia, kuten antaa syitä ohjelmistojen käytölle ja kehitykselle.

Neljännessä luvussa käydään tutkimuksissa löytyneet opetukseen ja oppimiseen vaikuttavat asiat, vertaillaan tuloksia ja niihin vaikuttavia asioita. Toiseksi selvitetään teknologian käyttökohteita pedagogisesti ja teknologian soveltuvuutta aihekohtaisesti, jotta sen käyttö olisi mahdollisimman tehokasta ja hyödyllistä. Kolmanneksi esitetään tutkimuksista nousseet haasteet ja yleiset oppimiseen vaikuttavat ongelmat, jotka tulee huomioida teknologian sulauttamisessa opetukseen.

Käyttämäni artikkelit ja tutkimukset ovat tuoreita ja ajankohtaisia, kaikki ovat viimeisen 20 vuoden ajalta. Aineiston hankintaan käytin tietokantoja ERIC, Educational Research Center, Scopus ja JSTOR. Lisäksi hain tutkimuksia akateemisista julkaisuista kuten Computers in Human Behavior, Statistics Education Research Journal, Journal of Statistic Education, International Journal of Computers for Mathematical Learning ja International Journal for Technology in Mathematics Education. Hakusanoina käytin: "statistics", "probability", "teaching", "learning", "technology" ja "computer". Hakutuloksia on rajattu, että tutkimuksiin osallistuneet opiskelijat ovat lukiolaisia tai opetussisältö vastaa lukion opetussuunnitelman perusteita (2015). Toisena tärkeänä kriteerinä oli, että tutkimuksen täytyi liittyä tietotekniikan käyttöön opetuksessa tai opiskelussa. Tämän lisäksi kävin läpi hakutulosteni ja lähteideni lähdeluetteloita ja etsin otsikoiden perusteella sopivia lähteitä. Myös viittaukset julkaisuissa, jotka viittaavat keskeisiin lähteisiin, on tutkittu osana tutkielmaa. Tutkielman on tarkoitus selvittää lukio-opetukseen liitettyjen tietoteknisten sovellusten vaikutuksia ja etsiä tutkimusten perusteella vastauksia seuraaviin kysymyksiin:

1. Millaista hyötyä tietotekniikalla voidaan tilastojen ja todennäköisyyden opetuksessa saavuttaa?
2. Miten tietotekniikan opetuskäyttöön suhtaudutaan?
3. Mitä haasteita tietotekniikan käyttöön liittyy tilastojen ja todennäköisyyden opetuksen ja oppimisen kannalta?

Luku 2

Tilastot ja todennäköisyys lukion opetussuunnitelmassa

Uudessa lukion opetussuunnitelmassa on tilastoja ja todennäköisyyttä pitkässä matematiikassa yksi pakollinen kurssi, kun lyhyessä matematiikassa on yksi pakollinen ja yksi valinnainen kurssi. Sisällöiltään pitkä ja lyhyt matematiikka ovat melko samankaltaiset keskenään. Kurssien yhteisenä tavoitteena on oppia havainnollistamaan diskreettejä tilastollisia jakaumia. Niistä tulisi osata määrittää ja tulkita jakaumien tunnusluvut. Molemmilla pakollisilla kursseilla tutustutaan kombinatoriikkaan ja todennäköisyyden käsitteeseen sekä todennäköisyyksien laskusääntöihin ja mallinnukseen (Opetushallitus 2015.)

Selkeä sisällöllinen ero pitkän ja lyhyen matematiikan kurssien välillä on, että lyhyessä matematiikassa harjoitellaan arvioimaan ja tekemään ennusteita erilaisista regressiomalleista taulukkolaskentaohjelmalla, kun pitkässä matematiikassa niitä ei harjoitella. Toisaalta pitkässä matematiikassa opetellaan sekä jatkuvia tilastollisia jakaumia että jatkuvia todennäköisyysjakaumia, kun lyhyessä matematiikassa jatkuvia jakaumia käsitellään valinnaisella kurssilla. Lisäksi normaalijakauman opetus on jätetty lyhyen matematiikan pakollisesta kurssista pois ja siirretty valinnaiselle kurssille. Lyhyen matematiikan valinnaisella kurssilla perehdytään myös luottamusvälin käsitteeseen, jota ei mainita pitkän matematiikan opetussuunnitelmassa (Opetushallitus 2003; 2015.)

Lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan tieto- ja viestintäteknologialla voidaan myös kannustaa opiskelijaa itsenäiseen tutkimiseen, esimerkiksi itsenäisesti suoritettavilla kursseilla tai verkkokursseilla. Kuitenkin opiskelijoita tulee ohjata käytettyjen työmenetelmien hyödyllisyyden arvioimiseen. Lukiossa tutustutaan tilasto- ja taulukkolaskentaohjelmistoihin sekä hyödynnetään dynaamisia mallinnusohjelmistoja. Tilastot ja todennäköisyys -kursseilla opitaan käyttämään teknisiä apuvälineitä digitaalisessa muodossa olevan datan hakemisessa, käsitelyssä ja tutkimisessa sekä jakaumien tunnuslukujen määrittämisessä. Opetussuunnitelmaan on kirjattu työelämässä tarvittavia mahdollisia taitoja ja opetuksen on mahdollistettava opiskeli-

jalle tilaisuus harjoitella niitä lukiossa. Lisäksi opetussuunnitelman yksi yleisistä ohjeista on monilukutaidon kehittäminen, jonka eräs osa-alue on erilaisten kuvaajien ja kaavioiden luku- ja tuottamistaito. Näitä taitoja voidaan opiskella tilastojen ja todennäköisyyden kursseilla ja niiden opetusta voidaan tukea tieto- ja viestintäteknologialla (Opetushallitus 2015.)

Luku 3

Ohjelmistoista

Tässä luvussa esitellään lyhyesti erityisiä ohjelmistoja, joita aineistoni tutkimuksissa on käytetty. Joitain ohjelmistoja on tutkittu myös erikseen kirjallisuudessa.

Fathom

Fathom on lukiolaisille tarkoitettu interaktiivinen aineiston havainnointiohjelmisto, jossa on graafinen käyttöliittymä (Hammerman & Rubin 2004; The Concord Consortium [www-sivusto](http://www.concord.org)). Se on vaihtoehtoinen ohjelmisto, jota käytetään tilastojen kursseilla otosjakaumaan ja tilastolliseen päättelyyn tutustumisessa (Meletiou-Mavrotheris 2003).

GeoGebra

GeoGebra on interaktiivinen oppimisympäristö, joka mahdollistaa matemaattisten kappaleiden luomisen, joilla opiskelijat voivat havainnoida, rakentaa ja muokata matemaattisia käsitteitään (Aizikovitsh-Udi & Radakovic 2012).

HYPERCOMB

Hypermedia oppimisympäristö, jossa tehtävät ja esimerkit liittyvät todennäköisyyksiin. Tutkimustarkoitukseen ohjelmistossa on opiskelijan tietoja kartoittavat henkilökohtaiset kysymykset, lähtötasotesti, ohjeet työkalulla opiskelulle ja lopputesti. Opiskelulle ohjelmisto tarjoaa esimerkkitehtäviä kombinatoriikasta ja todennäköisyyden laskusäännöistä. Esimerkkiratkaisut on esitelty vaiheittain. Hyperlinkkien avulla esimerkiksi on mahdollista saada sanallinen selitys, puhuttu selitys tai animaatioesitys ratkaisun vaiheista (Gerjets, Scheiter, Opfermann, Hesse, & Eysink 2009.)

NetLogo

Ihmispopulaation kasvua kuvaava simulaatio tietokoneille. Simulaatiossa populaatio kasvaa koptioimalla yksilöitä, kun simulaatio etenee. Koptioitumisen todennäköisyys on 0,01 simulaation aikayksikössä. Ohjelma piirtää kuvaajat kokopopulaatiolle ja yksilön hetkelliselle koptioitumislle (Wilkerson-Jerde & Wilensky 2015.)

Probe-XMT

Tietokoneohjelmisto, jolla voidaan esittää kombinatoriikkaa sanallisesti, aritmeettisesti ja kuvilla. Sillä voidaan simuloida järjestyksen ja palautettavuuden vaikutusta mahdollisten kombinaatioiden määrään erilaisissa arkielämän tilanteissa (Kolloffel, Eysink, de Jong, & Wilhelm 2009; Kolloffel, Eysink, & de Jong 2010; 2011.)

R

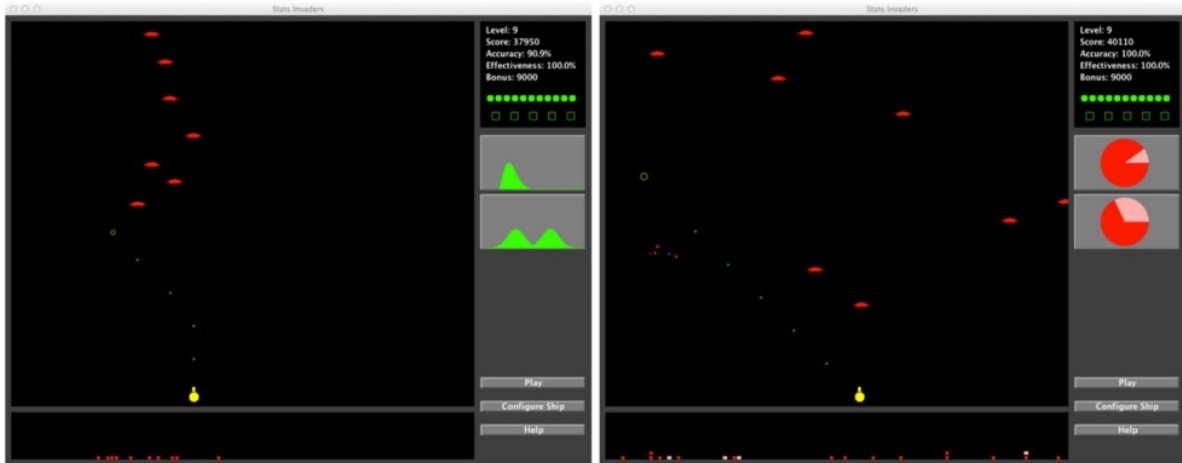
R on avoimen lähdekoodin tilastollinen laskentaohjelmisto, jolla voidaan simuloida dataa, muodostaa datasta frekvenssitaulukkoja tai jakaumia ja tehdä kuvaajia (Dos Santos Ferreira, Kataoka, & Karrer 2014).

Stats Invaders!

Pelissä ruudun ylälaidasta laskeutuu eri värisiä avaruusaluksia, jotka tuhoetaan ampumalla. Tehtävänä on ennustaa ja valita hyökkäävien aluksien muodostama jakauma tai eri väristen aluksien osuuksia kuvaava ympyrädiagrammi. Pelissä on seitsemän vaikeutuvaa tasoa. Pelin ensimmäisillä tasoilla tuhotuista aluksista muodostuu histogrammi ruudun alalaitaan ja myöhemmillä tasoilla kuvaaja on piilotettu. Pelimekaniikka mahdollistaa opiskelijalle aiheen kertaamista, sillä peli loppuu, kun vastaus on väärin tai liian monta alusta jää tuhoamatta. Pelin mekaniikka on lainattu Space Invaders -videopelistä (Arena & Schwartz 2013.)

TinkerPlots

TinkerPlots on peruskoulun tilastojen tutkimiseen tarkoitettu ohjelmisto, jossa on graafinen käyttöliittymä (Hammerman & Rubin 2004). Se tarjoaa kuvaajien luomiselle rakentavaa oppimismallia, toisin kuin ohjelmistot, joista voidaan valikosta valita valmiita malleja. TinkerPlots auttaa oppilaita ja opettajia perehtymään päättelytyyppiseen data-analyysiin. Ohjelmiston kehitystä on rahoittanut National Science Foundation. Ohjelmistokehitystä on tehty työryhmissä, jotka kehittävät perusopetuksen oppimateriaalia matematiikasta (Konold 1999.)



Kuva 1: Jakaumapeli vasemmalla ja oikealla osuuksia havainnollistava pelityyppi (Arena & Schwartz 2013).

UZWEBMAT

UZWEBMAT on älykäs sähköinen oppimisympäristö, joka sopeutuu opiskelijan vastauksien perusteella. Se tarjoaa opiskelijalle eri oppimistyyliä hänen aikaisemman vastauksen perusteella. Opiskelija järjestää auditiivisen, visuaalisen ja kinesteettisen oppimistyylin hänelle sopivimpaan järjestykseen. Ohjelmisto tarjoaa oppimistyyliä vastaavia tehtäviä ensisijaisesti opiskelijan toiveiden mukaan. Se sisältää kombinatoriikka- ja todennäköisyysaiheisia tehtäviä (Özyurt, Özyurt, Baki, & Güven 2013.)

Wolfram projekti

Iso-Britannialainen ohjelmistoyritys Wolfram Research ja Viron opetus- ja tiedeministeriö ovat yhteistyössä suunnitelleet uuden toisen asteen tilastojen ja todennäköisyyden kurssin sähköisessä oppimisympäristössä. Hankkeen on koordinoanut Tartun yliopisto. Tilastojen ja todennäköisyyden kurssilla on tarkoitus edetä harjoituksissa neljässä vaiheessa: ensin esitetään oikeat kysymykset; toiseksi muunnetaan kysymys matemaattiseksi ilmaisuksi; kolmanneksi tietokoneella suoritetaan laskutoimitukset; neljänneksi on vastauksen tulkinta ja vahvistaminen. Projektin tarkoitus on kehittää ongelmanratkaisutaitoja ja liittää opiskelu arkipäiväisiin ongelmiin. Projekti sisältää suunnitelmat lyhyelle ja pitkälle matematiikalle: lyhyessä matematiikassa on kuusi moduulia ja 17 oppituntia; pitkässä matematiikassa on kahdeksan moduulia ja 31 oppituntia (Hommik & Hõim 2015.)

Lyhyt matematiikka	Pitkä matematiikka
Olenko normaali?	Kuinka voin vakuuttaa sinut?
Kuinka onnellisia ihmiset ovat kotimaassani?	Kysymällä osoittaminen.
Kuinka voin vakuuttaa sinut?	Tiedätkö mitä en tiedä?
Kysymällä osoittaminen.	Sataako huomenna?
Ovatko tytöt parempia matematiikassa?	Pitäisikö minun vakuuttaa läppärini?
Tiedätkö mitä en tiedä?	Seuraus vai korrelaatio?
	Kuinka monta virolaista sanaa tiedän?
	Kuinka pitkä on Viron pisin nainen?

Taulukko 1: Moduulien nimet lyhyen ja pitkän matematiikan opetussuunnitelmissa (Hommik & Höim 2015, 706).

Luku 4

Tutkimustulokset

Tässä luvussa käsitellään tutkimuksia lukiossa opetettavan sisällön näkökulmasta ja esitellään, miten tutkimustuloksia on hyödynnetty opetuksessa. Tutkimuksissa käytetyt kohderyhmät vaihtelevat pääpiirteittäin suomalaisen lukion aloittavista opiskelijoista lukion suorittaneisiin yliopilaisiin. Mikäli tutkimukseen on osallistunut huomattavasti edellisestä poikkeavia henkilöitä, mainitaan se tutkimuksen kohdalla ja selvitetään, miten tutkimus liittyy tutkielmaan. Tutkimukset on valittu opetettavan sisällön perusteella mukaan, että ne vastaavat tai ovat vertailukelpoisia lukion opetussuunnitelman perusteiden (2015) kanssa.

Suurin osa lukiotason opetusta koskevista tutkimuksista on pienempiä tapaustutkimuksia. Huomioitavaa on, että käsiteltävät tutkimukset viittaavat ja vertaavat yleisempiä tutkimuksia käsitteleviä artikkeleita, joissa on tutkittu nuorempia yläkoulun oppilaita tai yliopiston opiskelijoita, sillä lukiolaisille ei ole tehty riittävästi tutkimusta (Sosa, Berger, Saw, & Mary 2011). Samasta syystä olen poiminut mukaan tutkimuksia, joissa osallistujat eivät suoraan vastaa lukiolaisia. Myös tutkimukset, joissa lukion opettajat ovat olleet kohderyhmänä on otettu mukaan tutkielmaani.

4.1 Tietotekniikan vaikutukset opetukseen ja oppimiseen

Tässä kappaleessa käydään läpi tutkimuksissa ilmenneitä tuloksia teknologian vaikutuksista opetukseen ja opiskeluun, sekä selvitetään niihin vaikuttavia tekijöitä.

4.1.1 Motivaatio ja asenteet

Tilastojen ja todennäköisyyden oppimista kohtaan on tehty mielipidetutkimuksia. Özyurtin ym. (2013) tutkimuksesta ilmenee, että sähköinen oppimisympäristö motivoi opiskelijaa oppimaan paremmin. Motivoitunut opiskelija suoriutuu paremmin kuin opetukseen kyllästynyt opiskelija

(Özyurt, Özyurt, Güven, & Baki 2014). Toiseksi opiskelijat pitävät sähköistä oppimisympäristöä viihtyisämpänä kuin perinteistä luokkaopetusta. Kolmanneksi yksilöllinen opiskelu ja itsenäinen työskentely koetaan positiivisena (Özyurt ym. 2013.) Vaikutuksia on tutkittu todennäköisyyden oppimistuloksilla ja verrattu perinteisiin opetustapoihin (Özyurt ym. 2014). Opiskelusta tulee aktiivista, kun opiskelijoita kannustetaan itsenäiseen tutkimiseen, jota lukion opetussuunnitelman perusteetkin (2015) tarjoavat.

Tan, Harji ja Lau (2011) havaitsivat tutkimuksessaan, että perinteisillä luennointia muistuttavilla menetelmillä opetettuna tilastojen ja todennäköisyyden opiskelu on opiskelijoiden mielestä tylsää ja sitä ei ole mielekästä seurata eikä opiskella. He löysivät merkittäviä eroja asenteissa, kun he vertasivat opiskelijoiden mielipiteitä perinteisen opiskelun ja graafisten laskimien kanssa opiskelun välillä. Kokeiluryhmän opiskelijat kokivat opiskelun hyödyllisemmäksi laskinten kanssa, pitivät todennäköisyyttä kiinnostavampana ja opiskelijoiden minäkuva todennäköisyyden oppijana parani verrattuna perinteiseen opetukseen nähden. Sekä Tanin ym. (2011) että Özyurtin ym. (2013; 2014) tutkimuksissa on löydetty tulosten ja kirjallisuuden kanssa yhtäläisyyksiä, vaikka niiden merkittävyyttä oli arvioitu varovaisesti.

Toisaalta Christensen ja Stephens (2003) havaitsivat, että motivaatio ja asenne sähköisiä opetusmenetelmiä kohtaan voi parantua, vaikka oppimistulokset eivät merkittävästi parani teknologian käytöllä. He tutkivat taulukkolaskentaohjelma Microsoft Excelin ja opintomenestyksen välistä yhteyttä lukion tilastojen kurssilla. Tutkimus oli kokeiluluontoinen, sillä sitä ei ollut aikaisemmin tutkittu lukiolaisilla. Tuloksena testiryhmä suoriutui paremmin kuin vertailuryhmä, mutta tulosta ei pidetä tilastollisesti merkittävänä (Christensen & Stephens 2003). Toisaalta tämä tutkimus on ensimmäisiä lukiotasoon liittyviä tutkimuksia, jolla yritetään liittää tietotekniikka lukiotason opetuksen osaksi. Tutkimusta tukee college- ja yliopistotason tutkimukset, joissa on löydetty merkittäviä tuloksia erilaisten ohjelmistojen hyödyistä oppimiseen. Christensenin ja Stephensin (2003) näkemyksen mukaan taulukkolaskentaohjelmisto Excelin yhdistämistä tilaston kursseille oli sopivin ratkaisu. Heidän tutkimuksessa erityistä oli myös, että Excel-ohjelma oli opiskelijoille ainakin nimeltä tuttu, mutta opiskelijat eivät olleet ennen tutkimusta käyttäneet ohjelmaa juurikaan matematiikan opiskeluissa. Nykyisen lukion opetussuunnitelman mukaan taulukkolaskentaohjelmia pitää opettaa lyhyen ja pitkän matematiikan tilastojen ja todennäköisyyden kursseilla (Opetushallitus 2015).

Ryhmätyöskentely ja yhteistoiminnalliset tehtävät kuuluvat lukion opetussuunnitelman yleiseen oppimistavoitteeseen (Opetushallitus 2015). Oikarisen, Järvelän ja Kaasilan (2014) tutkimuksessa opiskelijoita motivoitiin tutkimaan tilastoja ja todennäköisyyttä yhteistoiminnallisella ja aktiivisella tietokone työskentelyllä. He kutsuivat käytettyä menetelmää tietokoneavusteiseksi yhteistoiminnalliseksi oppimiseksi (Computer Supported Collaborative Learning, CSCL). Toisin kuin Özyurt ym. (2013) tutkivat mielipiteitä ja oppimista yksilön näkökulmasta, Oikarinen ym. (2014) tutkivat lukiolaisten yhteistyön vaikutuksia ja ilmentymistä tietokoneavusteisen oppimisen yhteydessä. Tuloksista selviää, että yhteistyöllä saavutetaan parempi yhteenkuuluvuus luokattomassa lukion jaksojärjestelmässä ja opiskelijan vastuuntunto paranee, mitkä mo-

lemmat edistävät opiskelumotivaatiota ja voivat parantaa tilastojen oppimisen tehokkuutta (Oikarinen ym. 2014).

Kolloffel ym. (2011) vertailivat yksilöllisen ja parityöskentelyn eroja, kun opiskelijat tutustuivat kombinatoriikkaan, erityisesti järjestyksen ja palautuksen vaikutukseen kombinaatioiden määrässä. Testiryhmillä oli mahdollisuus käyttää Probe-XMT-ohjelmiston esitystyökalua ja vastaavilla vertailuryhmillä ei ollut tätä vaihtoehtoa. Tutkimus tehtiin oikeassa opetustilanteessa, joten tietokonetestiryhmässä opiskelija sai vaikuttaa omaan oppimiseensa, jolloin opiskelijan ei ollut pakko käyttää ohjelmistoa. Opiskelijoita kuitenkin kehoitettiin käyttämään Probe-XMT-ohjelmiston esitystyökalua mahdollisimman paljon tukemaan oppimista. Kolloffelin ym. (2011) tuloksista ilmenee, että pareittain työskennelleet suoriutuivat merkittävästi paremmin kuin yksin työskennelleet tietokoneen käytöstä riippumatta. Yksin ohjelmiston kanssa työskennelleet suoriutuivat lähes yhtä hyvin kuin parityöskentelijät. Ohjelmiston käyttö johti parempiin oppimistuloksiin vain yksilöllisessä työskentelyssä (Kolloffel ym. 2011). Parityöskentely näyttäisi hyödyttävän yleisesti oppimista, vaikka apuna ei olisi tietokoneohjelmistoa. Toisaalta ohjelmiston käyttö näyttäisi hyödyttävän yksilöllistä oppimista. Tulokseen on vaikuttanut esitysohjelmiston vapaaehtoinen käyttö ja tutkimuksen rajoittuminen opetustilanteen vuoksi, joten vain sähköinen työskentely voitiin dokumentoida. Kattavampi lisätutkimus voisi varmentaa tulosta ja tuoda uusia näkökulmia.

Oppimisympäristönä sähköinen oppikirja voi vaikuttaa opiskelijan tyytyväisyyden tunteeseen oppimista kohtaan. Poelmans ja Wessa (2015) tutkivat sähköisen oppikirjan vaikutuksia opiskelijoiden mielipiteisiin. He testasivat kuinka opiskelijat kokevat sähköisen oppikirjan hyödylliseksi ja ovatko opiskelijat tyytyväisiä opetus- ja opiskeluympäristöön. Tuloksista selviää, että opiskelijat pitävät tärkeänä ja hyödyllisenä oppimisen kannalta opettajan antamaa tukea ja järjestelmän laatua. Tulos vahvistaa ja kannustaa sähköisten oppikirjojen käyttöä niin tilastojen kuin myös muiden aineiden opetuksessa (Poelmans & Wessa 2015). Sähköisiä opetusympäristöjä voidaan käyttää opiskelijan motivaatiota kasvattavana menetelmänä esimerkiksi opiskelijan itsenäisesti suoritettaviin kursseihin, kuten lukion opetussuunnitelman perusteissakin mainitaan (Opetushallitus 2015).

Harjoituksissa käytetyt todelliset aineistot, joilla saadaan liitettyä opiskelu ja oppiminen arkipäiväiseen elämään koetaan hyödylliseksi (Homik & Höim 2015). Se tekee oppimisesta mielenkiintoisempaa ja siten oppimisesta aktiivista (Özyurt ym. 2014). Homik ja Höim (2015) tutkivat opettajien mielipiteitä Wolfram projektista, joka on opetussuunnitelma täysin sähköisille tilastojen ja todennäköisyyden kursseille. Opettajien mielipiteistä ilmenee, että he käyttäisivät sähköistä ympäristöä ja materiaalia opetuksen lisänä tai tukemassa perinteistä opetussuunnitelmaa, koska se sisältää käytännöllisiä ja luovia arkielämän tehtäviä sekä kommunikointi mahdollisuuksia. Vain harva opettajista kuitenkaan käyttäisi pelkästään sähköistä ympäristöä. Tulokseen on todennäköisesti vaikuttanut ohjelmiston ja kurssimateriaalien ensimmäiset kokeiluversiot, sillä tekniset virheet ohjelmistossa aiheuttivat opettajille ongelmia ja ne ovat lisänneet opetuksen suunnitteluun kuluvaan aikaan perinteisiin oppitunteihin verrattuna (Homik

& Höim 2015.) Nämä ovat todennäköisesti vaikuttaneet opettajien näkemyksiin, minkä takia lisää tutkimusta ja ohjelmistokehitystä tarvitaan. Arkielämään liittyvällä oppimisella on ollut vaikutusta myös Wilkerson-Jerden ja Wilenskyn (2015) tutkimuksessa. He haastattelivat lukio-laisia, jotka tutkivat simulaation kanssa populaation kasvua. Arkielämään liittyvä simulaatio lisäsi opiskelijoiden itsenäistä tutkimista, koska he pystyivät ymmärtämään tehtävää muutenkin kuin todennäköisyyden tai tilastojen kautta. Tilastojen ja todennäköisyyden tehtävissä, kuten kaikessa opetuksessa, tulisi käyttää arkielämään liittyvää materiaalia (Opetushallitus 2015). Ar-kisten ongelmien tutkiminen opetuksessa on kasvanut myös ulkomaisissa opetussuunnitelmissa (Chance ym. 2007).

Oppimispelien motivoivaa vaikutusta tilastojen ja todennäköisyyden oppimiseen on tutkittu. Aiheeseen johdattelevilla opetuspeleillä on kannustava ja motivoiva vaikutus opiskelijoihin, jotka eivät ole ennen olleet tekemisissä jakaumien tai tilastojen kanssa (Arena & Schwartz 2013). Myös World of Warcraft -tietokonepelin opetuskäytöstä on tehty kokeilu tilastojen oppimiseen, jossa peliä hyödynnetään itsenäisen tutkimisen ja opiskelijalle kiinnostavan oman aineiston keräämisessä. Kokeilussa opiskelija koki aineiston hankinnan mielenkiintoiseksi (McClintock 2011). Arena ja Schwartz (2013) tutkivat Stats Invaders! -pelin vaikutusta tutustuttua opiskelijat tilastollisiin ja todennäköisyysjakaumiin. Peli vaikutti positiivisesti oppimistulokseen, koska jakaumat olivat pelin kautta tulleet tutuiksi opiskelijoille. Tutkimuksessa mukana olleilla college-opiskelijoilla ei ollut aikaisempaa kokemusta jakaumista. Tutkimuksessa vertailtiin myös oppimisen arviointimenetelmien sekä pelityyppien vaikutusta. Ensimmäisessä arviointimenetelmässä tehtävät oli suunniteltu, ettei opiskelija pysty tehtävän perusteella oppimaan tai päättämään ratkaisua (sequestered problem solving, SPS). Tähän arviointimenettelyyn osallistuneet opiskelijat pelasivat pelin, mutta eivät lukeneet johdatuskatkelmaa satunnaisuudesta ja jakaumista. Toisessa arviointimenetelmässä opiskelija sai lähdemateriaalin kokeessa. Siinä tutkittiin, valmistako aikaisempi kokemus aiheesta opiskelijoita hyödyntämään lähdemateriaalista löytyvää tietoa (prepare for future learning, PFL). Tähän arviointimenettelyyn osallistuneet saivat pelaamisen lisäksi lukea aiemmin mainitun johdantokappaleen jakaumista ja satunnaisuudesta. Tutkimuksen pelityyppien vertailussa olennainen ero oli, että tarkasteltiin alusten hyökkäysjakaumia vai alustyyppien osuuksia. Vertailusta ilmeni, että pelityypissä, jossa käytettiin osuuksia, SPS -arviointimenetelmä antoi tutkijoiden mukaan huonomman tuloksen pelin vaikutuksista oppimiseen kuin PFL -menetelmä. PFL -menetelmällä pelityyppien vaikutuksella oppimiseen ei ollut merkittävää eroa (Arena & Schwartz 2013.) Nykyinen lukion opetussuunnitelma (2015) jakaa tilastojen ja todennäköisyyden lyhyen oppimäärää kahdelle kurssille, jolloin motivoivalle pelille voisi olla aikaa opetuksessa.

Teknologian hyödyntämisellä voi olla myös negatiivisia vaikutuksia. Opiskelijoiden levottomuus tai teknologinen ahdistus voi huonontaa motivaatiota ja vaikuttaa oppimistuloksiin (Fong, Por, & Tang 2012). Fongin ym. (2012) tutkimuksesta selviää, että monen informaatiolähteen samanaikainen esittäminen ja niiden tulkitseminen samalta tietokoneen näytöltä heikentää oppimistuloksia verrattuna siihen, että tulkittavana olisi vain yksi esitys kerrallaan. Heidän tut-

kimuksessaan opiskelijat simuloivat nopan heittoa todennäköisyys aiheisiin tehtäviin liittyen. Tutkimuksen tuloksesta selviää, että simulaation tila, jossa esitetään informaatiota yhdestä lähteestä, auttaa tehokkaasti todennäköisyyden oppimisessa opiskelijoita, jotka erityisesti kokevat paljon levottomuutta (Fong ym. 2012).

Opiskelijoiden asenteiden vaikutusta tilastojen oppimista kohtaan tutkinut Alajääski (2006) teki havaintoja, että tieto- ja viestintäteknologian käyttö yleisesti tilastojen opetuksessa vaikuttaa negatiivisesti opiskeluun ja motivaatioon. Opiskelijat, jotka olivat aikaisemmin opiskeluisaan työskennelleet sähköisten ympäristöjen parissa, kokivat opetusmenetelmän negatiivisena, toisin kuin opiskelijat, jotka eivät aikaisemmin olleet käyttäneet tietotekniikkaa opiskeluissaan. Asenteellisia eroja oli myös nais- ja miesopiskelijoiden välillä. Miehet kokivat tietotekniikan käytön positiivisena ja naiset eivät. Matemaattinen tausta vaikuttaa myös tietotekniikan käyttöön, että parempi taustaiset kokivat tietotekniikan negatiivisena ja huonompi taustaiset positiivisena (Alajääski 2006.) Tutkimus herättää pohtimaan tietotekniikan käyttöä, sen tarkoitusta opetuksessa ja asenteiden vaikutuksesta tietotekniikan hyödyntämiseen, johon palataan pohdinnoissa.

Meletiou-Mavrotheris, Lee ja Fouladi (2007) ovat tehneet samankaltaista tutkimusta kuin Alajääski (2006). Heidän tutkimuksessa etsittiin teknologian vaikutusta motivaatioon ja asenteisiin sekä vaikutusta tilastolliseen päättelyyn. Heidän tuloksensa viittaa siihen, että perinteisilläkin menetelmillä opitaan yhtä hyvin tilastolliset peruskäsitteet kuin teknologisilla menetelmillä. Toisaalta ilman ohjelmistoja työskennelleet kokivat oppimisympäristön jäykäksi ja tehtävät teennäisiksi, toisin kuin teknologiaa hyödyntäneet opiskelijat pitivät työskentelystä ja heidän asenteet tilastoja kohtaan paranivat (Meletiou-Mavrotheris ym. 2007). Meletiou-Mavrotheris ym. (2007) ovat löytäneet tutkimustaan tukevia tuloksia kirjallisuudesta, mutta heidän tutkimusryhmillä olevista eroista huomataan, ettei vertailuryhmän tehtävissä ole käytetty opiskelijoita kiinnostavia arkielämän aineistoja tai hankittu itse dataa, jota olisi tutkittu. Tämä on vaikuttanut perinteisillä opetusmenetelmillä opiskelevien opiskelijoiden motivaatioon negatiivisesti. Vaikka toisaalta koeryhmässä asenteet muuttuivat lähes kaikilla positiiviseksi tilastoja kohtaan, tilastollisten käsitteiden ymmärrys tai päättelykyky eivät parantuneet vertailuryhmään nähden.

4.1.2 Havainnollistaminen

Opetuksessa tarvitsee usein esitellä ja näyttää konkreettisesti asioita opiskelijoille. Multimedialla voidaan esittää samanaikaisesti kuvia, tekstiä, videota ja ääntä. Opetuksessa näitä voidaan hyödyntää käsitteiden ja prosessien opettamiseen (Eysink, de Jong, Berthold, Kolloffel, Oppermann, & Wouters 2009). Lisäksi multimedialla voidaan tuoda dynaamista tai staattista tekstiä ja grafiikkaa esityksiin (Aizikovitsh-Udi & Radakovic 2012). Tietotekniikkaa voidaan hyödyntää havainnollistamisessa, jolla saadaan opiskelija osalliseksi opetukseen ja tehdä oppimisesta aktiivisempaa (Sharp 1996).

Gerjets ym. (2009) tutkivat multimediaoppimista, jossa opiskelija voi halutessaan opiskella hypermedialinkkien avulla lisää todennäköisyyksistä. Tutkimuksessa käytettiin HYPERCOMB-ohjelmistoa, jota oli muokattu opettamaan todennäköisyyden laskusääntöjä ja käsitteitä, kun erivärisiä palloja nostetaan ruukusta. Tutkimuksessaan Gerjets ym. (2009) selvittivät hyperlinkkien vaikutusta oppimiseen sähköisessä multimediaa sisältävässä oppimisympäristössä. He vertailivat eri esitysmuotojen vaikutusta ja opiskelijan valintojen vaikutusta oppimistuloksiin. Tutkimuksen ensimmäisessä osassa he vertailivat oppimistuloksia kuudessa eri olosuhteessa, joissa opiskelijalla oli vähän kontrollia esityksen opetussisältöön. Vertailuryhmälle näytettiin pelkäättään aritmeettinen esitysmuoto ja muut viisi testiryhmää saivat aritmeettisen esityksen lisäksi erilaiset hyperlinkit, jotka sisälsivät erilaisia esitysjoukkoja kirjoitetusta tekstistä, puhutusta tekstistä ja animaatiosta. Gerjets ym. (2009) havaitsivat, että hypermedian käyttö hyödytti opiskelijaa vain vähän, kun opiskelijalla ei ollut mahdollisuuksia valita hyperlinkin esityksen laatua. Heidän tutkimuksen toisessa osassa verrattiin, onko opiskelijan kontrollilla oppimiseen vaikutusta oppimistuloksiin. Tässä vaiheessa opiskelijat saivat valita hyperlinkit kaikista esitystavoista. He havaitsivat, että opiskeluun käytetty aika kasvoi suuresti, kun opiskelija sai valita useammasta hyperlinkistä mieleisen. Tuloksia verrattiin ensimmäisen vaiheen opiskelijoihin, joilla oli vain yksi hyperlinkki. Opiskelijat, joilla oli enemmän kontrollia oppimiseen, saavuttivat hieman paremmat oppimistulokset. Gerjets ym. (2009) mainitsevat, että opetusta ei voi sanoa tehokkaaksi, koska oppimistuloksissa ei ollut suurta eroa, kun tulokset suhteutetaan oppimiseen käytettyyn aikaan. Olosuhteiden yksinkertaisuus näyttäisi kuitenkin vaikuttavan nopeammalta tavalta oppia (Gerjets ym. 2009). Havainto näyttäisi viittaavan Fongin ym. (2012) tuloksiin yksinkertaisen esityksen hyödyistä. Gerjetsin ym. (2009) tutkimuksen hyperlinkkien esityksen eroista ei muodostunut selkeää tulosta, sillä opiskelijat hyödynsivät hyperlinkkejä odotettua vähemmän. He tulkitsevat tämän osoittavan, että hyperlinkit eivät ole sähköisen ympäristön tehokkain opetustapa.

Sähköistä oppimista tutkivat myös Wouters, Paas ja van Merriënboer (2009). Heidän tutkimuksessa vertailtiin lukemalla ja kuulemalla oppimisen eroja, kun opiskelijat tutustuivat todennäköisyyden periaatteisiin animoidulla tietokoneohjelmalla. Woutersin ym. (2009) oletamus oli, että kuulemalla oppiminen ja havainnoiminen tuottavat paremmat oppimistulokset kuin lukemalla. Heidän ajatuksensa perustuivat oletukseen, että opiskelijat keskittyvät paremmin samanaikaisesti havainnoimaan kuulemisen kuin lukemisen kanssa, kun animaatio on käynnissä. Tutkimuksessa opiskelijoiden piti kuulemansa tai lukemansa jälkeen reflektoida kirjallisesti, mitä ymmärsivät opetuksesta. Woutersin ym. (2009) tutkimuksen tulokset viittaisivat siihen, että aktiivinen tiedon käsitteleminen oppimisvaiheessa lukemalla tuottaa paremmat tulokset kuin kuulemalla. Heidän tulokset eivät ole tilastollisesti merkittäviä. Lisäksi opiskelijoiden aikaisempi tietämys todennäköisyyksistä ja ohjeistuksen painotus reflektointiin ovat saattaneet vaikuttaa tulokseen. Tulosta kuitenkin voidaan hyödyntää opetuksessa, kun opiskelija opastetaan keskittymään ja refleктоimaan etukäteen. Lisäksi Wouters ym. (2009) mainitsevat, että vastaavasta järjestelystä voi olla hyötyä esimerkiksi kuulorajoitteisille opiskelijoille.

Multimediaopiskelussa opiskelija kohtaa usein paljon informaatiota samanaikaisesti. Berthold ja Renkl (2009) tutkivat moniesityksen vaikutuksia todennäköisyyden oppimiseen. He vertailivat havainnollistavan kuvan ns. puumallin, aritmeettisen esityksen sekä molemman samanaikaisen esityksen vaikutuksia oppimiseen. Opiskelijat käyttivät tutkimuksessa HYPERCOMB-oppimisympäristöä. Berthold ja Renkl (2009) havaitsivat, ettei moniesitys paranna käsitteellistä ymmärrystä. Tulos vastaa Fongin ym. (2012) havaitsemia moniesityksen vaikutuksia oppimiseen. Bertholdin ja Renklin (2009) tuloksista ilmenee, että prosessitieto paranee pelkän aritmeettisen esityksen avulla. Lisäksi he tutkivat kahden eri tukimenetelmän vaikutusta oppimiseen. Tukimenetelminä olivat värikoodatut linkit kuvan ja aritmeettisen esityksen välillä sekä oman oppimisen reflektointi. Tukitoimet paransivat käsitteellistä oppimista sekä niillä oli parantava yhteisvaikutus. Toisaalta reflektointi johti myös virheelliseen oppimiseen prosessitiedon osalta esimerkiksi silloin, kun opiskelija ei ollut ymmärtänyt oppimaansa. Berthold ja Renkl (2009) arvelevat, että ohjelmistolla on mahdollista parantaa opetusta moniesityksen kanssa, mutta sen reflektiotukimenetelmä on herkkä opiskelijan reflektointivirheille, mikä tulee ottaa huomioon.

Erilaisten multimediaympäristöjen vaikutusta ja tehokkuutta oppimiseen ovat tutkineet Eysink ym. (2009). He vertailivat hypermedialla, havainnoimalla, reflektoiden ja tutkimalla oppimista sähköisessä oppimisympäristössä. Tutkimus kokoaa tuloksia tutkimuksista (Berthold & Renkl 2009; Gerjets ym. 2009; Kolloffel ym. 2009; Wouters ym. 2009). Kaikissa opetusmuodoissa käytettiin samanlaisia olosuhteita, jotka liittyivät todennäköisyyden ja kombinatoriikan opetukseen. Opetuksen vaikutusta oppimiseen mitattiin käsitteellisen, intuitiivisen, proseduraalisen ja tilannesidonnaisen tiedon avulla. Eysink ym. (2009) havaitsivat, että kaikki opetusmuodot vaativat opiskelijoilta aktiivista osallistumista ja hyvää asennoitumista opetusmateriaaleihin. Heidän tulokset viittasivat, että opiskelijan reflektoidessa ja itse luodessa merkityksiä, oppimistulokset paranivat kaikilla tiedon osa-alueilla. Toisaalta reflektoidessa ja tutkimassa oppimisessa opetus ei ollut yhtä tehokasta kuin hypermedia oppimisella. Eysink ym. (2009) epäilevät kognitiivisen rasitteen kasvavan moniesityksen takia, joka puolestaan hidastaa oppimista, josta myös Kolloffel ym. (2009) ja Fong ym. (2012) mainitsevat. Lisäksi Eysink ym. (2009) pohtivat eri opetusmenetelmien yhdistämisen hyötyjä. He ehdottavat, että hypermedia oppimiseen yhdistettäessä reflektointia voitaisiin saavuttaa nopea ja tehokas tapa syventää käsitteellistä ymmärrystä. Tutkimuksessa käytettyä reflektointia voisi soveltaa lukion opetussuunnitelman perusteiden (2015) nojalla itsearviointin osaksi.

Kun tutustutaan tilastotieteeseen ja todennäköisyyslaskentaan, aineistojen ja tapahtumien simulointi on opiskelijoiden ajattelun kannalta olennaista, koska se havainnollistaa tutkittavaa ja opittavaa asiaa konkreettisesti opiskelijoille. Ohjelmistoilla voidaan helpottaa tutkittavan asian havainnollistamista ja siten parantaa opiskelijoiden ymmärrystä satunnaiskokeista (Dos Santos Ferreira ym. 2014). Kun käytetään ohjelmistoja, tutkimusvaiheeseen päästään nopeammin, sillä datan hankkiminen tai satunnaistoistojen tekeminen ilman simulaatiota veisi paljon aikaa opetuksesta.

Dos Santos Ferreiran ym. (2014) tutkimuksessa opiskelijat tutkivat "Carlinhan satunnaiskävelyille" suoritettuja simulaatioita, jotka havainnollistivat todennäköisyysjakaumaa opiskelijoille. Tutkittavassa satunnaiskävelyssä Carlinha kulkee ruudukon reunaa ylös tai oikealle. Ruudun kulmassa hän heittää kolikkoa, kruunalla hän menee oikealle ja klaavalla hän siirtyy ruudun ylöspäin. Opiskelijat olivat harjoitelleet R-ohjelmiston käyttöä ennen tutkimusta, mutta saivat tutkimuksen aikana ohjausta ja apua ohjelmiston käytössä. Tutkijaopettajan ohjauksesta huolimatta Dos Santos Ferreira ym. (2014) arvelevat, että opiskelijat työskentelevät itsenäisemmin tietokoneiden kanssa. Heidän mielestä tilastollinen R-ohjelmisto on tärkeä työkalu, joka kehittää opiskelijoiden todennäköisyyden käsitteitä. Myös Lipsonin, Kokonisin ja Francisin (2003) sekä Meletiou-Mavrotherisin (2003) tutkimuksissa opiskelijat havainnollistivat jakaumaa simuloimalla ja kokeilemalla erilaisia otoksia. Aineiston simuloinnin tarkoituksena oli konkretisoida jakauman käsitettä opiskelijoille.

Lipson ym. (2003) tekivät tutkimuksen kahdeksalle vapaaehtoiselle opiskelijalle, jotka opiskelivat tilaston alkeita Internet-pohjaisella tietokonesimulaatiolla. Heidän tutkimuksen tarkoitus oli dokumentoida opiskelijoiden kokemuksia tietokonesimulaatiosta. Lipson ym. (2003) arvelevat, että harjoitukset tukevat tilastollisten peruskäsitteiden kehitystä. Tehtävässä käytettiin todellista aineistoa paikallisesta sanomalehdestä ja opiskelijat yrittivät selvittää sen todenmukaisuutta. Opiskelijat muodostivat aineistosta otosjakauman simulaation avulla ja yrittivät tehdä todenmukaisia ennusteita ja johtopäätöksiä. Lipsonin ym. (2003) tulokset näyttävät siltä, että jakauman ymmärtäminen parantui. Heidän tulos tukee johtopäätöstä, että ennustaminen jakauman avulla helpottui. Jakaumien simuloiminen voisi sopia lukion lyhyen matematiikan tilastojen ja todennäköisyyden kurssille, sillä ennusteiden tekeminen kuuluu sen keskeiseen sisältöön (Opetushallitus 2015).

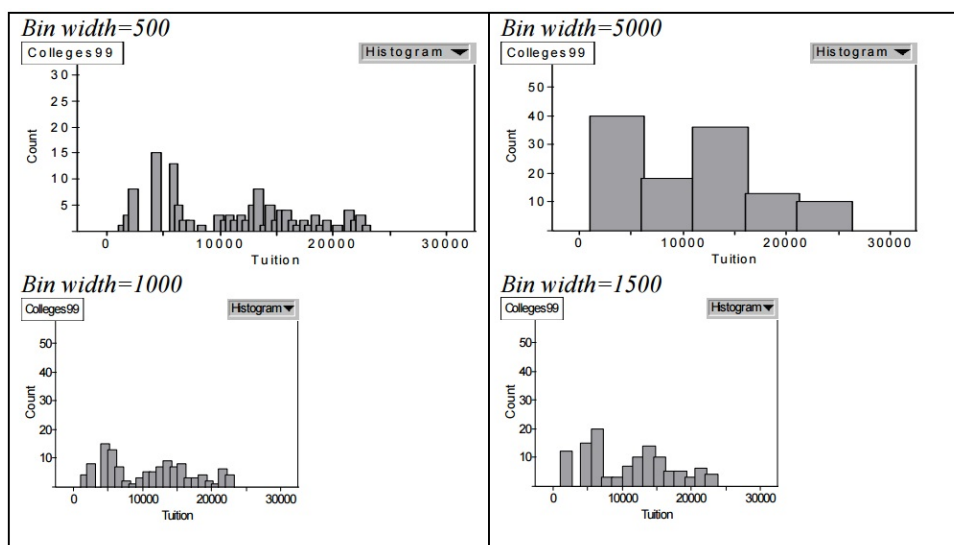
Meletiou-Mavrotheris (2003) tutki viittä college-opiskelijaa, joiden tehtävä oli ymmärtää tilastollisia jakaumia. Hänen tutkimuksessa käytettiin Fathom-ohjelmistoa, jossa opiskelijat pääsivät muokkaamaan dynaamista aineistoa liikuttelemalla havaintoarvoja ja manipuloimaan kuvaajia. Meletiou-Mavrotheris (2003) arvelee, että aktiivinen havainnointi ja muokkaaminen paransivat opiskelijoiden ymmärrystä jakaumista ja ohjelmiston käyttäminen helpotti todellisen aineiston käsittelyä. Myös Arenan ja Schwartzin (2013) tutkimuksessa opiskelijat joutuivat aktiivisesti havainnoimaan ja päätelemään muodostuvaa jakaumaa oppimispelissä. Heidän opiskelijat, jotka pelasivat oppimispeliä, saivat paremman koetulokset kuin vertailuryhmä. Havainnollistamisella näyttäisi olevan vaikutusta käsitteiden kehityksessä ja ymmärtämisessä.

Todennäköisyyden harjoitustehtäviä ja niiden tuloksia voidaan havainnollistaa aritmeettisesti, sanallisesti ja graafisesti. Myös simulaation tulosta voidaan kuvata useammalla eri tavalla. Kolloffel ym. (2009) tutkivat eri esitystapojen vaikutusta opiskelijoiden kognitiiviseen kuormitukseen ja vaikutusta oppimistulokseen. Opiskelijat työskentelivät Probe-XMT-ohjelmiston parissa. He havaitsivat, että mallintamalla kombinatoriikan ongelmaan ns. puumallilla ja aritmeettisesti, oppilas kokee vähemmän kognitiivista rasitetta kuin pelkän puumallin tutkimisessa. Myös Özyurtin ym. (2014) sekä Bertholdin ja Renklin (2009) tutkimuksissa kombinatorista

tehtävää havainnollistettiin puumallilla. Kolloffel ym. (2009) mukaan tämä ei kuitenkaan paranna oppimistulosta, vaikka malli on havainnollisempi esitystapa kuin aritmeettinen. Vastavuoroisesti sanallisen selityksen ja aritmeettisen esityksen avulla oppilas oppii erityisesti prosessitietoa kombinatoriikan tehtävien ratkaisusta (Kolloffel ym. 2009). Pelkkä aritmeettinen esitys ei kannusta opiskelijoita oppimaan eikä havainnollista riittävästi, mutta ohjelmiston dynaamisuus näyttää parantavan oppimistuloksia (Kolloffel ym. 2010; Özyurt ym. 2014). Toisaalta Fongin ym. (2012) tuloksien valossa vähentämällä samanaikaisia ja vaihtoehtoisia esitysmuotoja kognitiivista rasitetta voidaan vähentää, joten oppimista häiritseviä tekijöitä voidaan vähentää. Toisaalta Eysink ym. (2009) päätelmien perusteella opetuksen syventämistä hyvin opastetulla reflektiolla voidaan parantaa oppimistuloksia moniesitystilassa, vaikkakin opetuksen tehokkuus tällöin laskee.

Kolloffel ym. (2011) tutkivat myös tiedon eri esiintymismuotoja ja ohjelmiston vaikutusta niihin. Heidän tutkimus ei tukenut hypoteesia, että käsitekartan tekeminen parantaisi käsitteellistä ymmärtämistä, mikä viittaa heidän aikaisempaan tutkimukseen, jossa pelkän käsitekartan hyödyntäminen ei vähentänyt kognitiivista kuormitusta (Kolloffel ym. 2009). Kuitenkin yksin ohjelmiston kanssa työskennelleet saivat hieman paremmat pisteet käsitteellisen tiedon ymmärtämisestä kuin pareittain työskennelleet ja yksin ilman ohjelmistoa työskennelleet. Intuitiivisen tiedon osalta pareittain tietokoneen kanssa työskennelleet saivat paremmat pisteet kuin yksin tietokoneen kanssa työskennelleet. Aritmeettista esitystapaa hyödyntäneet yksilöt saivat paremmat pisteet intuitiivisen tiedon osalta kuin muita tapoja käyttäneet yksilöt (Kolloffel ym. 2011.) Prosessitiedon osalta Kolloffelin ym. (2011) tulokset olivat monimutkaiset, sillä yksin tietokoneella työskennelleet saivat suhteellisen hyvät pisteet aritmeettista esitystä käyttäen verrattuna pareittain työskennelleisiin. Tulos ei vahvistanut heidän hypoteeseja, että aritmeettinen esitystapa parantaisi opiskelijoiden prosessitietoa ja yhteistyö lisäisi aritmeettisen esitystyökalun käyttöä. He kuitenkin havaitsivat merkittäviä eroja tuloksissa, jotka käsittelivät tilannekohtaista tietoa. Pareittain työskennelleet saivat huomattavasti paremmat pisteet kuin yksin työskennelleet, aritmeettista esitystä käyttäneet suoriutuivat paremmin kuin tekstiesitystä käyttäneet ja esitystyökalua vastauksissa hyödyntäneet saivat paremmat pisteet kuin ilman työkalua (Kolloffel ym. 2011). Eri esitystavoilla ei ollut merkittävää vaikutusta oppimiseen, mutta huomattavaa oli, että eri testiryhmillä oli yhtenäinen taipumus käyttää vähemmän aritmeettista esitystä tai esitystyökalua apuna kuin muita esitysvaihtoehtoja. Tämä havainto vastasi Kolloffelin ym. (2011) ennusteita, jotka perustuivat aikaisempiin tutkimuksiin (Kolloffel ym. 2009; 2010). Vertailussa huomattiin myös, että ilman ohjelmistoa työskennelleet eivät suoriutuneet yhtä hyvin kuin opiskelijat, jotka työskentelivät yksin tai parin kanssa ohjelmistoa käyttäen (Kolloffel ym. 2011).

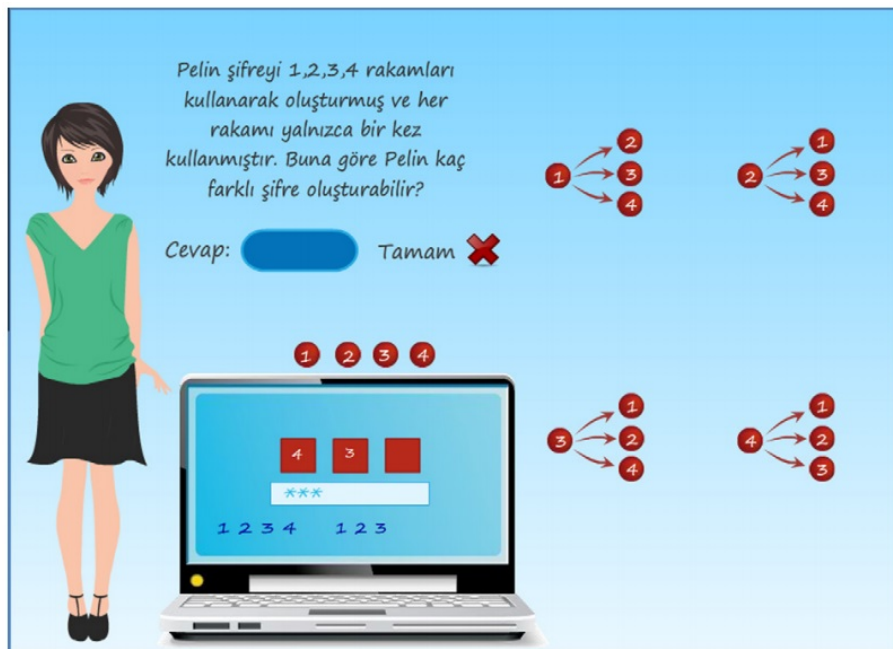
Interaktiivisilla Venn-diagrammeilla voidaan havainnollistaa ehdollista todennäköisyyttä ja Bayesin laskusääntöä opiskelijoille (Aizikovitsh-Udi & Radakovic 2012). Aizikovitsh-Udi ja Radakovic (2012) osoittivat tutkimuksellaan, että GeoGebra ominaisuuksilla voidaan opettaa abstrakteja matemaattisia käsitteitä konkreettisesti ja käytännönläheisin aihein. Heidän tutkimuksensa on osa laajemman riskiteorian luku- ja kirjoitustaidon ja kriittisen ajattelun ke-



Kuva 2: Lukukausimaksujen muokattuja esityksiä (Meletiou-Mavrotheris & Stylianou 2003, 304).

hittämisprojektiä, johon liittyy todennäköisyyden opetus. Meletiou-Mavrotheris ja Stylianou (2003) päätyivät johtopäätökseen, että interaktiivisilla kuvaajilla opiskelijat tulkitsevat tilastollisia aineistoja paremmin kuin perinteisillä paperilla tehdyillä staattisilla piirroksilla. He perustelivat päätelmiään, että opiskelija saattaa turhautua käsin piirtämisessä piirustusvirheisiin ja kuvaajan epäkäytännölliseen korjaamiseen. Tehokkaalla kuvaajan työstämisellä opiskelijalle jää enemmän aikaa harjoitella kuvaajan tutkimista. Näyttäisi myös, että opittava asia hahmottuu opiskelijoille paremmin, kun he saavat itse muokata ja tutkia arkielämän aineistoa. Meletiou-Mavrotheriksen ja Stylianoun (2003, 304) esimerkkitehtävä USA:n yliopistojen lukukausimaksuista näyttäisi syventävän opiskelijoiden ymmärrystä jakaumasta, kun he muokkasivat histogrammin pylväsleveyttä (kuva 2). Samankaltaista dynaamista harjoitusta on Özyurtin ym. (2013, 731) salasanan kombinaatio tehtävässä (kuva 3). Tämän kaltaiset tehtävät tukevat Biehlerin (1997) ja Fongin ym. (2012) ajatuksia siitä, että havainnollistamisessa on tärkeää tutkia aluksi yksinkertaisia asioita tai vain yhtä asiaa kerrallaan, jotta havainnollistaminen olisi tehokasta.

Todellisten aineistojen havainnollistaminen on helpompaa uusilla apuvälineillä (Hommik & Höim 2015). Lisäksi Ohjelmistojen käyttö helpottaa aineistojen muokkaamista ja tilastollisten ilmiöiden ymmärtämistä (Hammerman & Rubin 2004). Hammerman ja Rubin (2004) tutkivat peruskoulun ja lukion opettajia ja heidän oppilaitaan. Opettajien tehtävänä tutkimuksessa oli ymmärtää hajontaa diagrammeista. Heillä oli mahdollista muokata aineiston esitystä ja luokitella aineistoa uudelleen. Hammermanin ja Rubinin (2004) havaitsivat, että opettajan ja



Kuva 3: Kombinaatio tehtävä (Özyurt ym. 2013, 731).

opiskelijan lähestymistavat ovat melko samanlaiset. Kokelaat hyödynsivät ohjelmiston dynaamisia ja visuaalisia ominaisuuksia vähentääkseen todellisessa aineistossa esiintyvää hajontaa ja käyttivät vaihtoehtoisia esitystapoja helpottamaan vertailua. TinkerPlots-ohjelmistolla tehdyt tehtävät ilmentävät opiskelijan ja opettajan päättelyä, mitä tutkimuksissa ei ennen ole pystytty konkreettisesti havaitsemaan (Hammerman & Rubin 2004). Päättelyyn palataan myöhemmin tutkielmassani.

Tilastotieteessä ja todennäköisyyslaskennassa jakaumat ovat keskeisessä roolissa, kun halutaan saada tietoa havainnoitavasta ilmiöstä. Stokastiikan ja todennäköisyyden ymmärtäminen tuottaa usein opiskelijoille ongelmia deterministisen ajattelun takia. Prodromou ja Pratt (2013) arvelevat, että tutkivan oppimisen ja teknologian avulla voidaan helpottaa opiskelijoiden käsitteellistä muutosta. He kuvaavat tutkimuksessa opiskelijoiden päättelyn ja ajatuksen kehitystä, kun opiskelijat lisäävät hajontaa koripallopelisimulaatiossa pallon heittokulmaan (kuva 4). Tutkimuksen alussa opiskelijoiden on vaikea ymmärtää diagrammien ja sattuman yhteyttä. Prodromou ja Pratt (2013) uskovat, että opiskelijoiden havainnointi ja päättelykyky kehittyivät harjoituksessa ja sen seurauksena opiskelijoiden käsitys satunnaisuuden seurauksista simulaation tuloksiin alkoi kehittyä. Toisaalta opiskelijat saivat tutkimuksen aikana johdatusta kysymyksiin ja tehtäviin, mikä on todennäköisesti vaikuttanut heidän havainnoinnin ja päättelyn kehitykseen. Eysink ym. (2009) havaitsivat myös, että tutkiva oppiminen parantaa oppimistuloksia, mutta se

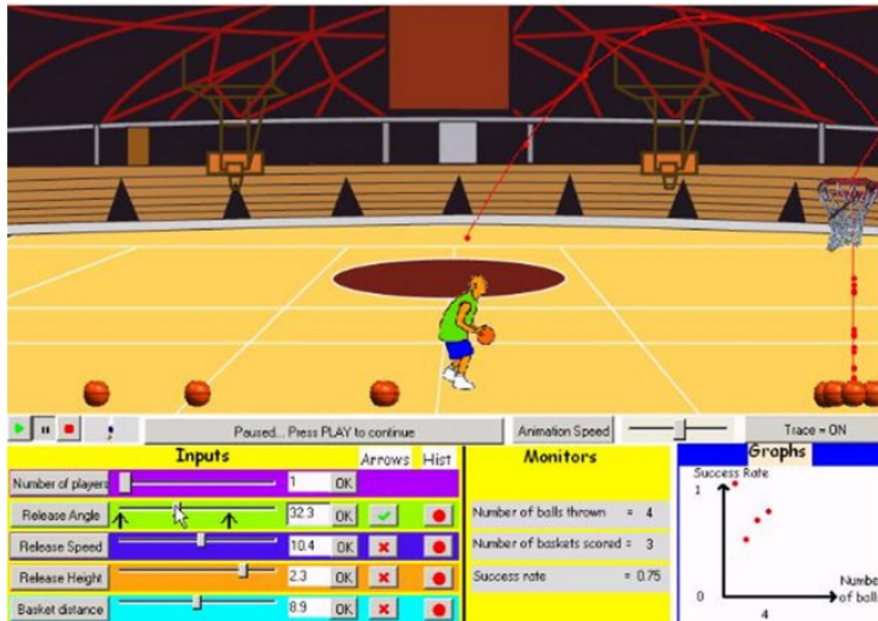


Fig. 8 After allowing the simulation to run for four times, James noticed that the path of the ball changed

Kuva 4: Koripallopele simulaatio (Prodromou & Pratt 2013, 133).

ei ole tehokkain tapa oppia.

Todennäköisyyslaskentaa voidaan teknologian myötä havainnollistaa monipuolisemmin ja opetuksessa voidaan ottaa huomioon opiskelijoiden yksilöllisiä ominaisuuksia. Voidaan eriyttää oppilaita, jotka etenevät eri tahdissa ja tarjota heille monipuolisia tapoja oppia. Özyurt ym. (2014) tutkivat oppimistyylien vaikutusta oppimistuloksiin ja eivät löytäneet merkittäviä eroja oppimistyylien vaikutuksista oppimiseen. Tulos tukee ilmiötä, ettei oppimistyyli ole relevantti käsite opetuksessa ja oppimisessa (Kirschner 2017). Özyurt ym. (2014) löysivät kuitenkin merkittäviä eroja mies- ja naisopiskelijoiden opintomenestyksen välillä. Tällä voi olla yhteys Alajääsken (2006) tutkimukseen, jossa miesopiskelijat pitivät tietoteknisiä sovelluksia hyödyllisempinä kuin naisopiskelijat, mihin palaan pohdinnoissa.

4.1.3 Päätelykyky

Tilastojen ja todennäköisyyden oppimisen ja ymmärtämisen kannalta on tärkeää, että kykenee ymmärtämään ilmiöt, joita tutkitaan. Teknologia mahdollistaa opetuksen syventämisen vapauttamalla lisää aikaa pohdinnalle, koska ohjelmistoilla voidaan suorittaa aikaa vievät laskutoimitukset (Dos Santos Ferreira ym. 2014) ja piirtää tulkittavat kuvaajat (Meletiou-Mavrotheris 2003). Tietotekniikalla, viestinnällä ja yhteistyöllä on tarkoitus lisätä päätelykykyyn vaikut-

tavia harjoituksia. Kriittisen ajattelun oppiminen on osa monilukutaitoa, joka on lukio opetus-suunnitelman perusteiden yksi yleinen tavoite (Opetushallitus 2015). Tilaston ja todennäköisyyden kursseilla käytettävät materiaalit, aineistot, diagrammit ja kuvaajat sisältävät paljon mahdollisia harjoituksia, joissa monilukutaitoa ja päättelykykyä vaaditaan.

Interaktiivisten diagrammien tutkiminen parantaa opiskelijoiden käsitystä ehdollisesta todennäköisyydestä (Aizikovitsh-Udi & Radakovic 2012), ja yleisemmin abstrakteista käsitteistä todennäköisyydestä (Fong ym. 2012). Aizikovitsh-Udi ja Radakovic (2012) tutkivat Geo-Gebran hyödyntämistä ehdollisen todennäköisyyden ja Bayesin laskusäännön harjoitteluun. He havaitsivat tutkimuksessaan, että interaktiivinen Venn-diagrammi helpotti opiskelijoita ymmärtämään ehdollisuuden ja riippuvuuden vaikutuksia visuaalisesti osana päättelyprosessia. Dos Santos Ferreiran ym. (2014) tutkimuksessa opiskelijat käyttivät tilastollista R-ohjelmistoa suorittamaan simulaatioita kolikon heitolle. Heidän harjoituksessaan opiskelijat pystyivät manipuloimaan satunnaiskokeiden tapahtumien todennäköisyyksiä. Dos Santos Ferreira ym. (2014) uskovat, että opiskelijoiden päättelykyky kehittyi harjoituksen aikana. He havaitsivat, että opiskelijat alkoivat hahmottaa suurten lukujen lain vaikutuksia, kun opiskelijat olivat suorittaneet muutamia laskusimulaatioita ja vertasivat niiden tuloksia toisiinsa. Heidän tutkimus näyttäisi tukevan ajatusta, että opiskelijoiden käsitys odotusarvosta parani harjoitusten myötä. Huomattavaa Dos Santos Ferreiran ym. (2014) tutkimuksessa on kuitenkin, että tutkija-opettajat ohjasivat opiskelijoiden tekemistä johdattelevilla kysymyksillä, mikä on mahdollisesti vaikuttanut opiskelijoiden oppimiseen ja suoranaisia vaikutuksia ohjelmiston ja oppimisen välille ei voida sanoa varmaksi.

Päättelykykyä tarvitaan, kun selvitetään monimutkaisia tilastollisia ja todennäköisyysmalleja. Wilkerson-Jerden ja Wilenskyn (2015) haastattelivat opiskelijoita, jotka työskentelivät Net-Logo-simulaation parissa. He ovat kiinnostuneita, mitä lähteitä opiskelijat käyttävät simulaation populaation kuvaamiseen. Wilkerson-Jerden ja Wilenskyn (2015) jakoivat lähteet, joita opiskelijat käyttivät neljään kategoriaan: yksilön käyttäytyminen, yhteisön vaikutus, muutoksen mallit ja kertymän mallit. Opiskelijoiden tehtävä oli tulkita simulaatiota kuvaajien avulla. Wilkerson-Jerden ja Wilenskyn (2015) johdattelivat opiskelijoita etsimään, tutkimaan ja selittämään populaation kasvuun vaikuttavia tekijöitä, kuitenkin eri syistä kuin Dos Santos Ferreira ym. (2014). Wilkerson-Jerden ja Wilenskyn (2015) kysymykset liittyivät haastatteluihin, joilla he tutkivat opiskelijoiden päättelyä. Ensiksi opiskelijoilta kysyttiin milloin ja miksi populaatio on suurimmillaan. Ensimmäiseen kysymykseen opiskelijat antoivat matemaattisia perusteluja kuvaajia apuna käyttäen. Toiseen kysymykseen puolet opiskelijoiden vastauksista viittasi ihmisen käytökseen liittyvillä asioilla. Toisessa kohdassa opiskelijoilta kysyttiin milloin ja miksi populaatio muuttuu eniten. Näistä ensimmäiseen kysymykseen vastattiin matemaattisin perustein ja toiseen kysymykseen tuli edelleen enemmän ihmisen käytökseen liittyviä vastauksia. Wilkerson-Jerden ja Wilenskyn (2015) arvelevat, että nämä seikat ovat merkkejä päättelyn kehityksestä monimutkaisissa systeemeissä. He havaitsivat, että opiskelijat käyttivät selityksissään monipuolisesti matemaattisia ja ihmisen käyttäytymisen malleja ymmärtääkseen hajontaa ja vaihtelua monimut-

kaisessa simulaatiossa. Opiskelijat näyttivät havainnoivan enemmän populaation kasvua ja yksilön käytöstä. Syntyvyyden vaihtelun ja populaation kasvun paikallisen pysähtymisen kuvaileminen jäivät opiskelijoilta vähäiseksi. Harva opiskelijoista mainitsi todennäköisyyden vaikutusta populaation kasvuun (Wilkerson-Jerde & Wilensky 2015.) Huomattavaa on, kun päättelyyn vaikuttavia asioita on useita, todennäköisyyden vaikutukset jäävät opiskelijoilta huomioimatta. Tällä saattaa olla yhteys Fongin ym. (2012) ja Kolloffelin ym. (2009; 2010) tutkimuksiin, joissa tutkittiin kognitiivista kuormitusta ja usean samanaikaisesti tutkittavan asian havainnoimista.

Opiskelijoiden päättelyä tutkivat myös Lipson ym. (2003). He tutkivat opiskelijan käsitteellistä ymmärtämistä tietokoneohjelmistolla, jonka on tarkoitus tukea ennusteiden tai hypoteesien tekemistä tilastollisesta otosjakaumasta. He jakoivat opiskelijan päättelyn neljään vaiheeseen: tunnistaminen, yhdistäminen, ristiriidat ja selitys. Tunnistamisvaiheessa opiskelijan skeema otosjakaumasta vahvistuu. Lipsonin ym. (2003) mukaan tämän vaiheen tarkoituksena oli, että opiskelijat tunnistavat ruudulla esitetyt asiat, havaitsevat simuloidun otoksen hajonnan ja tulkitsevat empiiristä otosjakautumaa. Yhdistämisvaiheessa opiskelijalta vaadittiin tehtävästä löytyvien tietojen hyödyllistä yhdistämistä, mitä etsittiin ennustetun populaatiojakauma ja otosjakauman väliltä. Kolmannessa vaiheessa opiskelijoilta odotettiin epäkohtien tunnistamista edellisen vaiheen jakaumien välillä. Lipson ym. (2003) havaitsivat, että opiskelijat eivät pystyneet tekemään tilastollisia havaintoja ilman johdattelevia kysymyksiä, vaan tarjosivat arkisia selityksiä tilanteeseen. Arkisten asioiden hyödyntäminen vastauksissa on Wilkerson-Jerden ja Wilenskyn (2015) mukaan merkki opiskelijan yrityksestä ymmärtää itselleen vierasta asiaa. Lipsonin ym. (2003) tutkimuksen viimeisessä vaiheessa opiskelijoiden tuli selittää, mitä ristiriitainen tulos tarkoittaa. Tässäkin vaiheessa opiskelijoita jouduttiin johdattelemaan, jotta he tekisivät oikeat johtopäätökset, koska opiskelijat eivät olleet yhdistäneet oletuksien vaikutuksia tulokseen. Lipsonin ym. (2003) havaintoja voidaan mahdollisesti hyödyntää sähköisten tehtävien ja ohjelmistojen kehityksessä.

Pfannkuch, Arnold ja Wild (2015) tutkivat miten opiskelijat selittävät hajontaa tilastollisissa jakaumissa. Heistä näyttäisi, että opiskelijan päättely kehittyy vaiheittain. Ensimmäisessä vaiheessa opiskelija yrittää tulkita yksittäisten otosten hajontaa. Toisessa vaiheessa opiskelija yrittää muodostaa yhteyden otosjakauman ja todennäköisyyden välille sekä selvittää hajontaan vaikuttavia tekijöitä. Lopuksi opiskelija päätyy yleistykseen, johtopäätökseen ja hajonnan ymmärtämiseen (Pfannkuch ym. 2015.) Opiskelijan päättelyn jakaminen vaiheisiin muistuttaa Lipsonin ym. (2003) havaitsemaa päättelyn jaottelua. Ohjelmisto suunnittelussa ja sähköisiä tehtäviä laatiessa voidaan mahdollisesti hyödyntää myös Pfannkuchin ym. (2015) päätelmiä.

Johdattelevien pelien tarkoitus on kannustaa opiskelijaa päättelyyn ja perusteluiden etsimiseen, mikä vaikuttaa positiivisesti oppimistuloksiin (Arena & Schwartz 2013). Toisaalta simulaatio tai peli ei välttämättä itsessään ohjaa päättelemään, vaan opiskelija tarvitsee johdattelevia kysymyksiä, jotta ymmärtäisi etsiä tulkittavia asioita (McClintock 2011; Prodromou & Pratt 2013).

4.2 Teknologian ja ohjelmistojen hyödyntäminen

Opettajan tehtävä on suunnitella ja päättää miten asiat opetustilanteessa käsitellään ja mitä menetelmää käytetään oppimisen tukena. Tässä kappaleessa nostan ohjelmistojen ja teknologian pedagogisia vaikutuksia sekä tutkijoiden että opettajien näkökannalta.

4.2.1 Palaute, arviointi ja viestinnän väline

Pelkästään arviointiin tarkoitettuja ohjelmistoja on kehitetty, joita voidaan hyödyntää suoraan (Chan & Ismail 2014) tai epäsuoraan (Hammerman & Rubin 2004) opiskelijan päättelykyvyn arvioimiseen. Ohjelmistoilla tehtävät harjoitukset ja kokeet on suunniteltu haastamaan opiskelijan korkeampaa kognitiivista ajattelua ja mittaamaan ymmärtämistä (Chan & Ismail 2014).

Arvioinnin kannalta voi olla hyödyllisempää käyttää ohjelmistoa, jolloin oppilas saa suoraan palautetta tehtävistään ja joutuu kertaamaan aiheet, joita ei ole vielä täysin oppinut. Esimerkiksi oppimispeljä voidaan hyödyntää välittömän palautteen antamiseen, jolloin pelissä onnistumisesta tai osaamisesta saa pisteitä ja epäonnistuminen tai osaamattomuus johtaa pelin loppumiseen (Arena & Schwartz 2013). Hommikin ja Höimin (2015) selvittivät, että opettajat arvostivat sähköisten ympäristöjen mahdollisuutta antaa välitöntä palautetta opiskelijoille. Toisaalta Alajääsken (2006) tutkimuksessa, jossa opiskelijoiden mielipiteitä tietotekniikan opetusikäytöstä tutkittiin, ei otettu huomioon tietotekniikan mahdollisuuksia viestiä opettajan kanssa eikä opettajan mahdollisuutta antaa palautetta tai tehdä arviointia sähköisesti. Tämä on saattanut vaikuttaa negatiivisesti opiskelijoiden mielipiteisiin sähköisiä opetusmenetelmiä kohtaan.

Perinteisesti opiskelija saa palautetta tehtävien tarkistusvaiheessa tai kokeen arvioinnissa. Tällöin opiskelija ei enää aktiivisesti tai ohjatusti joudu kertaamaan oppimattomia asioita vaan niiden oppiminen saattaa jäädä opiskelijan omalle vastuulle, mikä voi vaikeuttaa uusien asioiden oppimista (Özyurt ym. 2014). Vaikka Özyurt ym. (2013) tutkivatkin oppimistyyliä, heidän sovelluksensa konsepti voisi toimia palautteen antamisen ja kertaamisen kannalta oppimista tukevana. Toisaalta lukion opetussuunnitelman perusteet (2015) ohjaavat opetuksessa itsearviointiin painottamiseen, johon palataan pohdinta kappaleessa.

Dos Santos Ferreiran ym. (2014) tutkimuksessa teknisten apuvälineiden käyttö johti antoi-
saan ja opettavaiseen luokkakeskusteluun. Opettajan ja opiskelijan väliset vuorovaikutukset par-
ranivat teknologian käytön myötä. Samoin Poelmansin ja Wessan (2015) tutkimuksessa opetta-
jan antama tuki koettiin sähköisen oppikirjan ohella oppimisen kannalta tärkeäksi ja sähköinen
kurssimateriaali johti opettajan ja opiskelijan lisääntyneeseen vuorovaikutukseen. Opetusohjel-
miston opastuksessa on hyödyllistä painottaa toimintoja tai tehtäviä, joita sen käyttö opiskeli-
jalta vaatii, kuten Bertholdin ja Renklin (2009) havaitsivat refleктоivan oppimisen kohdalla.

4.2.2 Ohjelmistojen kehittäminen

Tutkimuksissa nousi esiin kohtia, joita voidaan kehittää opetuksen ja tutkimuksen kannalta. Tämä kappale kokoaa tutkijoiden keskeisimmät näkemykset tietotekniikan kehittämisestä. Mittarina tutkijat ovat käyttäneet opiskelijoiden koulumenestystä.

Sähköisten kokeiden ja testien heikkous on monivalintakysymykset. Ne eivät paljasta opiskelijan tilastollista ymmärrystä. Tietotekniikan käyttö ja ohjelmistojen tunteminen ovat uusia taitoja, joihin opettamisessa käytetään aikaa, siksi niiden oppimista tulee pystyä arvioimaan (Chan & Ismail 2014). Lisäksi kaikki ohjelmistot eivät vielä tarjoa arvioivia tehtäviä (Hommik & Höim 2015). Chanin ja Ismailin (2014) sekä Hommikin ja Höimin (2015) tutkimusten perusteella näyttäisi, että sähköistä arviointia tarvitsee vielä kehittää.

Opetuksessa käytettäviä ohjelmistoja on kehitettävä johdatteleviksi, että opiskelija oppii päättämään tilastollisia tunnuslukuja ja ymmärtämään tilastollisia käsitteitä. Ohjelmistojen helppokäyttöisyyden kehittäminen voi tehdä niiden käyttöönotosta vaivattomampaa. Meletiou-Mavrotheris (2003) havaitsi, että ohjelmistojen dynaamiset ominaisuudet helpottavat opiskelijoita niiden käytössä. Myös jo olemassa olevien sähköisten kokeiden muokkaaminen lukio-opetukseen sopivaksi on havaittu toimivaksi (Chan & Ismail 2014). Lipsonin ym. (2003) ja Pfannkuchin ym. (2015) havainnot päättelyn vaiheista voivat auttaa ohjelmistokehitystä, kuten Özyurtin ym. (2013) käyttämä UZWEBMAT-ohjelmisto pystyy mukautumaan opiskelijan vastausten perusteella. Myös mahdolliset oppimistyyliä voidaan ottaa huomioon (Özyurt ym. 2014), mutta ohjelmistokehitys ja -tutkimus voi olla hyödyllisempää keskittää oppimista ja opetusta tukeviin asioihin, joista löytyy todellista näyttöä (Kirschner 2017). Ohjelmiston suunnittelussa on huomioitava, ettei ohjelmiston käyttäminen lisää kognitiivista kuormaa liikaa, jottei sen hyödyntäminen heikentäisi oppimista (Fong ym. 2012) ja visuaalisia ominaisuuksia mietittävä oppimisen kannalta toimiviksi (Kolloffel ym. 2009; 2010). Toisaalta ohjelmistojen aputoimintojen kehittäminen oppimista tukeviksi ja ymmärrystä syventämiseksi on olennaista ottaa huomioon (Berthold & Renkl 2009; Eysink ym. 2009; Gerjets ym. 2009).

Sähköisten materiaalien ja oppikirjojen kehityksessä Alajääsken (2006) mukaan on huomioitava opiskelijoiden mielikuvat sähköisistä opetusmenetelmistä. Poelmansin ja Wessan (2015) tutkimus näyttäisi, että materiaalia, joka herättää keskustelua ja kanssakäymistä opettajan kanssa, tekee opiskelusta opiskelijoiden mielestä hyödyllistä. Hommikin ja Höimin (2015) tutkimuksen mukaan arkielämän hyödyntämistä materiaaleissa pidetään tärkeänä. Lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan opetuksessa tulee olla arkielämään liittyviä ongelmia ja tehtäviä (Opetushallitus 2015).

Turel (2014) tutki opettajien tietotekniikan käyttötottumuksia ja havaitsi, että opettajat, jotka käyttävät enemmän tietokoneita ja tilasto-ohjelmistoja, käyttävät niitä todennäköisemmin myös opetuksessa hyödyksi. Hänen toinen havaintonsa oli, että opettajilla, joilla ei ole tapana käyttää tietokoneita, käyttävät vähemmän tietotekniikka hyödyksi opetuksessaan. Hammermanin ja Rubinin (2004) huomiota opettajan ja opiskelijan lähestymisestä uutta ohjelmistoa kohtaan

ja Meletiou-Mavrotheriksen (2003) huomiota ohjelmiston helppokäyttöisyyden merkityksestä voisi hyödyntää tietotekniikan ja ohjelmistojen kehityksessä alentamaan opettajien kynnystä tuesta tietotekniikkaan, mitä Turel (2014) tutkimuksessaan havaitsi.

4.3 Haasteet ja yleiset ongelmat

Tässä kappaleessa käydään läpi ongelmat ja vaikeudet, joita tilastojen ja todennäköisyyden oppimisen kannalta ilmeni. Lisäksi tutkitaan, miten ohjelmistojen käyttö tai tietotekniikka on vaikuttanut havaittuihin vaikeuksiin tai vaikeuttanut jonkin asian oppimista. Kappaleessa kerätään tutkimusten perusteella vielä ongelmalliset tai tutkimattomat seikat.

4.3.1 Kielen ja tulkinnan vaikutukset

Biehler (1997) tutki opiskelijoiden kohtaamia haasteita tietokoneavusteisen aineistoanalyysin osalta. Opiskelijoiden tehtävänä oli etsiä tilastoista kotitehtäviin käytetystä ajasta ja kotiintuloaikojen välistä yhteyttä. Biehler (1997) havaitsi, että opiskelijat käyttävät mieluummin puhekielisiä kuin tilastollisia ilmaisuja. Hän uskoo, että puhekieliset ilmaisut harjoittavat opiskelijoiden loogista päättelykykyä, jolloin tilastollinen päättelykyky ei kehity. Toiseksi Biehler (1997) mainitsee, että opiskelijat eivät täysin ymmärtäneet tilastollisen ja todellisen ongelman välistä eroa, eivätkä pohtineet ongelmien välisiä yhteyksiä. Hän mainitsee myös, että opiskelija ja opettaja ajattelevat eri tasoilla, mikä puolestaan vaikuttaa asioiden ymmärtämiseen. Esimerkiksi opettaja voi ajatella asiaa tilastollisesti ja selittäessä käyttää puhekielistä ilmaisua tilastollisesta termistä. Kun opiskelija käyttää samaa termiä, hän ei välttämättä ymmärrä tai havaitse opettajan tarkoittamaa tilastollista merkitystä. Biehlerin (1997) mukaan tästä voi seurata väärinkäsitys, joka tuottaa ongelmia opiskelijan tilastojen oppimiselle. Uudessa opetussuunnitelmassa (2015) lyhyen matematiikan tilastojen ja todennäköisyyden opetuksen jakaminen kahdelle kurssille saattaa ennaltaehkäistä kyseistä ongelmaa, sillä käsitteiden opiskeluun jää enemmän aikaa ja opiskelijan ajattelu saa aikaa kehittyä.

Puhekielisyys näyttää haittaavan myös opiskelijoiden kuvaajien ja aineiston tulkintaa. Opettajan on vaikea ymmärtää opiskelijaa, jos opiskelija ei ymmärrä käyttämiään käsitteitä tai käyttää niitä virheellisesti. Biehlerin (1997) tutkimuksessa opiskelija sekoitti ruutu- ja janakaavion vaihteluvälit pylväsdiagrammin frekvenssejä kuvaaviin pylväisiin, kun opiskelija käytti puhekielisiä ilmaisuja. Hän epäilee, että tämä saattaa yleisesti vaikeuttaa käsitteiden oppimista. Huomattavaa on, että käsitteet, joita opiskeltiin, olivat opiskelijoille uusia ja vasta opetettu. Toisaalta Forster (2007) havaitsi, että opiskelijat, jotka käyttivät käsitteitä oikein, tulkitsevat myös ruutu- ja janakaavioita oikein. Yhtäältä Eysink ym. (2009) havaitsivat, että opiskelijan itse tutkiessa tai reflektoidessa oppimistaan, opiskelijan käsitteellinen ymmärtäminen paranee, mutta opetuksen tehokkuus tällöin laskee. Kuitenkin Bertholdin ja Renklin (2009) havainnot reflektoinnin

herkkyydestä virheille on syytä huomioida. Joka tapauksessa Biehlerin (1997) havaitsemat ajatteluun vaikuttavat erot opettajan ja opiskelijan välillä voidaan minimoida esimerkiksi lyhyen matematiikan kurssijaottelulla (Opetushallitus 2015) ja tämä jaottelu voi edesauttaa parempaa ymmärtämistä esimerkiksi luottamusväleihin tutustuttaessa.

Cohen, Smith, Chechile, Burns ja Tsai (1996) etsivät, mitkä asiat nousevat opiskelijoille haasteellisiksi, kun opiskellaan tilastoja ja todennäköisyyksiä opetusohjelmiston kanssa. He havaitsivat, että opiskelijat tekevät virheellisiä tulkintoja, koska opiskelijoiden on haasteellista erottaa deterministinen ja stokastinen ajattelu. Toisena ongelmana Cohen ym. (1996) pitävät aikaisemman tiedon rakenteita, jotka saattavat johtaa virhetulkintoihin käsitteistä ja kuvaajista. He havaitsivat, että opiskelijat tulkitsevat frekvenssitaulukoita ja -jakaumia väärin sekä sekoittavat todennäköisyystiheys- ja -kertymäfunktioiden kuvaajat keskenään. Prodromou ja Pratt (2013) huomasivat myös, että deterministinen ajattelu tuottaa opiskelijoille ongelmia ymmärtää satunnaisuuden vaikutuksia jakaumiin.

4.3.2 Ohjelmisto ja asetukset

Biehler (1997) ja Cohen ym. (1996) havaitsivat, että opiskelijat näyttävät valitsevan usein ohjelmiston tarjoaman menetelmän ja oletusasetukset tehtäviä tehdessään eivätkä ajattele valintojensa vaikutusta. Biehler (1997) ja Cohen ym. (1996) epäilevät, että se saattaa johtaa virheelliseen oppimiseen. Opiskelijat eivät näytä myöskään ymmärtävän kaikkien menetelmien tarkoitusta. Tämä saattaa vaikuttaa opiskelijoiden tilastollisen ajattelun kehitykseen, käsitteiden ymmärtämiseen ja johtopäätösten tekemiseen (Biehler 1997; Cohen ym. 1996). Opiskelijoille voi muodostua käsitys, että ohjelmisto tekee ajattelutyön opiskelijan puolesta. Biehler (1997) epäilee, että oppikirjat eivät ole tarjonneet harjoituksia, jotka ohjaisivat opiskelijaa menetelmän valintaan, ja oppikirjojen yksinkertaiset tehtävät ja esimerkit antavat opiskelijalle väärän käsityksen, että kaikki kuvaajat olisi helposti tulkittavia. Kuitenkin hänen tutkimuksensa on tehty melko kauan sitten ja myös oppikirjat ovat muuttuneet. Toisaalta Poelmans ja Wessa (2015) havaitsivat, että sähköinen oppikirja voi kannustaa opiskelijaa kommunikoimaan opettajan kanssa. Lisäksi uuden opetussuunnitelman (2015) lyhyen matematiikan kurssijaottelu saattaa parantaa ohjelmistojen käyttöä, jolloin on mahdollista kerrata niiden käyttöä.

Opiskelijoilla on taipumus unohtaa kuvaajien merkitys eikä ohjelmisto tue tai auta palautamaan merkitystä opiskelijalle (Biehler 1997). Opiskelijat sekoittavat kuvaajan skaalan ja todennäköisyysjakauman vaihteluvälin tai tulkitsevat kuvaajan asteikon jakauman vaihteluväliksi (Cohen ym. 1996), mikä voi johtua kuvaajan merkityksen unohtumisesta (Biehler 1997). Kuten Fong ym. (2012) havaitsivat, informaation määrällä on negatiivisia vaikutuksia oppimiseen varsinkin, jos opiskelijalla on taipumusta levottomuuteen. Toisaalta sähköisiin opetusmenetelmiin suhtautumisellakin voi olla vaikutusta, kuten Alajääski (2006) tutkimuksessaan havaitsi. Interaktiiviset diagrammit ja niiden muokkaaminen kuitenkin helpottavat kuvaajien tulkintaa (Aizikovitsh-Udi & Radakovic 2012; Özyurt ym. 2014). Ongelma saatetaan havaita myös suo-

malaisessa lukio-opetuksessa, sillä lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan opiskelijan tulisi oppia tuottamaan kuvaajia ja ymmärtämään niiden tarkoitusta (Opetushallitus 2015).

Myös laitteiden ja tekniikan rajallisuus voi haitata oppimista. Forster (2007) huomasi, että graafisten laskinten näyttöjen rajallisuus vaikeuttaa kuvaajien tulkintaa. Hän arvelee, että laskimet eivät välttämättä ole riittäviä työkaluja kuvaajien ja jakaumien opetukseen. Kämmenlaitteiden merkitystä pohditaan myöhemmin lukion opetussuunnitelman pohjalta.

4.3.3 Opetuksen ja ohjaamisen osuus tietotekniikan käytössä

Opiskelijoilla on vaikeuksia yhdistää abstrakteja lineaarisia tilastollisia malleja kausaalisiin malleihin eri tilanteissa. Opiskelijoille on opetettu ohjelmistojen käyttöä, mutta ohjaus ei ole kehittänyt heidän soveltamisen taitoja eikä tilastollista ja kausaalista mallinnuskykyä. Mallintaminen saattaa vaikeutua, jos opiskelija on oppinut vain yhden mallinnusmenetelmän (Biehler 1997.) Tämä koskettaa erityisesti lyhyttä matematiikka, jossa tullaan lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan opettamaan erilaisia tilastollisia malleja, kuten regressiota ja korrelaatiota (Opetushallitus 2015). Toisaalta opettajien suuntautumisella tietotekniikan opetuskäyttöön saattaa olla vaikutusta kuinka paljon opiskelijat pääsevät tutustumaan tietotekniikkaan opiskeluiden aikana (Turel 2014). Turelin (2014) havaintojen vaikutuksia Alajääsken (2006) tutkimuksen tuloksiin opiskelijoiden asenteista tietotekniikkaa kohtaan pohditaan myöhemmin.

Reflektointityökalun ohjeistuksessa on Bertholdin ja Renklin (2009) havaintojen perusteella huomioitava seikat, jotka saattavat aiheuttaa väärinymmärryksiä todennäköisyyslaskujen prosessitiedon kehityksessä. Samoin kehotteiden painotus hypermedia oppimisen osalta, jotta opiskelijat hyödyntävät ohjelmiston tarjoamia vaihtoehtoja mahdollisimman tehokkaasti (Gerjets ym. 2009). Wouters ym. (2009) tutkimus antaa näyttöä hyvin opastetusta ohjelman käytöstä, jolloin havainnoiminen kehittyi lukemisen yhteydessä.

4.3.4 Opiskelijan ennakkokäsitykset ja käsitteelliset ongelmat

Tutkimuksissa havaittiin, että opiskelijoilla on käsitteellisiä ongelmia, jotka eivät johdu suoraan teknologiasta, mutta vaikeuttavat teknologian hyödyntämistä opetuksessa. Cohen ym. (1996) huomasivat, että opiskelijoilla voi olla vääristynyt käsitys, että suuret numerot viittaisivat muuttujan jatkuvuuteen. Lisäksi opiskelijat eivät täysin ymmärrä todennäköisyysstiheysfunktion rajaaman pinta-alan tarkoitusta. Nämä lisäävät ongelmia käyttää teknologiaa tilastojen ja todennäköisyyden oppimisen apuvälineenä. Tilastollisten tehtävien luonteen ymmärtäminen on osalle opiskelijoista vierasta, että tulokset ovat likiarvoisia ja niihin pitää suhtautua toisin kuin tarkkoihin matemaattisiin vastauksiin (Biehler 1997). Cohen ym. (1996) epäilevät, että väärinkäsitykset, jotka liittyvät ohjelmistoihin, saattavat johtua aikaisemmista käsitteellisistä vääristymistä. Ongelmat saattavat lähinnä esiintyä pitkän matematiikan kurssilla ja lyhyen matematiikan valinnaisella kurssilla, missä käsitellään jatkuvia jakaumia.

Tilastojen ja todennäköisyyden kannalta on tärkeää osata ajatella stokastisesti, mutta useimmille opiskelijoille se tuottaa hankaluuksia voimakkaan deterministisen ajattelun takia (Cohen ym. 1996). Esimerkiksi opiskelijat uskovat, että otosten täytyy olla samankokoiset, kun vertaillaan tilastoja (Biehler 1997; Forster 2007) ja otoskokoa kasvattamalla stokastiset ilmiöt katoavat aineistoista ja ilmiöistä tulee säännönmukaisia (Cohen ym. 1996). Toisaalta Prodromou ja Pratt (2013) havaitsivat merkkejä, että ohjelmiston avulla voidaan tukea stokastisen ajattelun kehittymistä. Se vaatii opettajalta ohjausta ja ohjelmiston tuntemusta, jota opettajan tulee itsenäisesti kartoittaa (Turel 2014).

Luku 5

Yhteenveto

Tilastojen ja todennäköisyyden opetuksessa käytettävien tieto- ja viestintäteknologisten välineiden tutkimuksissa yhteistä on havainnoida teknologisten apuvälineiden hyödyllisyyttä opetuksessa ja oppimisessa. Tutkimuksista ilmenee, että teknologian käytöllä opetuksessa on enemmän positiivisia vaikutuksia oppimistuloksiin kuin perinteisellä opetuksella (Arena & Schwartz 2013; Kolloffel ym. 2010; Özyurt ym. 2014), vaikka löytyi tutkimustuloksia, joissa eroja ei ollut lainkaan (Meletiou-Mavrotheris 2003) tai erot eivät olleet tilastollisesti merkittävät (Christensen & Stephens 2003). Kuvaajien ja taulukoiden dynaaminen muokkaaminen on ollut hyödyllisempää kuin paperilla ja kynällä tehtävään verrattuna (Aizikovitsh-Udi & Radakovic 2012; Meletiou-Mavrotheris & Stylianou 2003). Tämä havainto tukee lukion opetussuunnitelman perusteiden tilastojen ja todennäköisyyden kursseilla käytettävien tietoteknisten apuvälineiden ja ohjelmistojen käyttöä (Opetushallitus 2015).

Teknologian ja ohjelmistojen hyödyntämiseen käytettyjen oppimisstrategioiden tutkimuksista on saatu informaatiota, kuinka ohjelmistoja tulisi kehittää oppimista tukeviksi (Hammerman & Rubin 2004; Kolloffel ym. 2009; 2010; Lipson ym. 2003; Özyurt ym. 2013; 2014). Lisäksi arviointimenetelmiä on kehitetty vastaamaan opetusta ja arvioimaan tilastollista päteilykyä (Arena & Schwartz 2013; Chan & Ismail 2014). Tutkimuksista ilmenee tarve kehittää tilastojen ja todennäköisyyden luku- ja kirjoitustaidon opetusta (Aizikovitsh-Udi & Radakovic 2012; Biehler 1997; Cohen ym. 1996; Dos Santos Ferreira ym. 2014). Tietotekniikan vaikutuksista oppimistuloksiin ja oppimistehokkuuteen ei ole saatu selvää opetusta hyödyttävää tulosta, mutta on saatu suuntaa antavia vaihtoehtoja opetusohjelmistojen suunnittelulle, joita yhdistämällä voidaan parantaa sähköisen oppimisen laatua ja tehokkuutta (Eysink ym. 2009; Gerjets ym. 2009; Kolloffel ym. 2011; Wouters ym. 2009).

Opiskelijoiden ja opettajien mielipiteet sähköisistä opetusmenetelmistä ovat hajanaiset. Opiskelijoiden mielipiteistä ei voida tehdä yleistä johtopäätöstä. Opiskelijat pitävät teknologian käyttöä motivoivana, jos se lisää viihtyisyyttä, sisältö on ajankohtaista ja tehtävät arkielämän läheisiä (Hommik & Höim 2015; Poelmans & Wessa 2015; Tan ym. 2011; Özyurt ym. 2014).

Toisaalta ne opiskelijat, jotka ovat perinteisillä oppimismenetelmillä menestyneet, näkevät uudet sähköiset menetelmät negatiivisesti (Alajääski 2006). Myös huonoja puolia ovat kognitiivisesti rasittavat tehtävät (Kolloffel ym. 2009; 2010), virheellinen oppimisen reflektointi (Berthold & Renkl 2009) ja levottomuuden vaikutus oppimiseen (Fong ym. 2012). Opettajat, jotka ovat tottuneet käyttämään teknologiaa omassa työssään tai muussa yhteydessä, pitävät opetuksessa käytettävää teknologiaa mielekkäänä, kun toiset opettajista käyttäisivät teknologiaa vain perinteistä opetusta tukevana tai vaihtoehtoisena tapana (Turel 2014). Näyttäisi, että opettajan tietotekniikan käyttötottumukset voivat vaikuttaa opiskelijoiden mielipiteisiin vaihtelevasti.

Ongelmat ja haasteet, joita tutkimuksissa on ilmennyt, liittyvät enemmän tilastojen ja todennäköisyyden käsitteelliseen ymmärtämiseen kuin tietotekniikasta johtuviin vaikeuksiin (Biehler 1997; Cohen ym. 1996; Prodromou & Pratt 2013). Käsitteelliset ongelmat estävät tai haittaavat tietotekniikan ja ohjelmistojen tehokasta käyttämistä. Osittain virheelliset käsitteet vaikuttavat oppimisen reflektointiin ja vaikeuttaa oikean prosessitiedon muodostumista (Berthold & Renkl 2009). Tietotekniset ongelmat ohjelmistoissa liittyvät niiden teknisiin puutteisiin, jotka estävät niiden täyden hyödyntämisen (Hommik & Hõim 2015).

Luku 6

Pohdintaa

Tutkimustulokset antavat positiivisen kuvan tieto- ja viestintäteknologian hyödyntämisestä lukion tilastojen ja todennäköisyyden kursseille. Suurin osa tutkimuksista on pienempiä ja kuvai-levia tutkimuksia, joten ei voida varmasti sanoa, etteikö perinteisistä opetusmenetelmistä olisi joissain tilanteissa enemmän hyötyä kuin teknologisista menetelmistä. Toisaalta lukion opetus-suunnitelman perusteet ei anna tiettyä määrää, joka tulisi käyttää teknologian avulla opiskeluun.

Teknologian ja ohjelmistojen käyttöä on lisätty tilastojen ja todennäköisyyden havainnollis-tamisen, motivoimisen ja päättelyn opetuksessa. Usein opetustilanteessa opettaja opastaa opis-kelijoita käyttämään uusia käsitteitä tai menetelmiä, kun opiskelijat harjoittelevat. Kuten useissa käsitellyissä tutkimuksissakin (mm. Dos Santos Ferreira ym. 2014; Lipson ym. 2003; Prodro-mou & Pratt 2013), myös tutkijat ohjasivat opiskelijoiden toimintaa ja päättelyä. Sillä on ollut vaikutuksia tutkimustuloksiin, mutta opetuksen kannalta vaikutuksilla ei ole merkitystä, kos-ka opettajatkin ohjaavat opiskelijoita oppimaan ja ohjaaminen on osa opetusta. Tärkeämpää on nähdä ohjauksesta saatava hyöty oppimistuloksiin, joten tutkimustulokset voidaan rinnas-taa opetuskäyttöön. Eysink ym. (2009) ja Gerjets ym. (2009) havaitsivat, että multimediaopetus vaatii opiskelijan aktiivista osallistumista, joten opiskelijan ohjausta tulee lisätä ennen harjoit-teisiin siirtymistä. Myös opetusohjelmiston tarjoamat tukitoimet tulisi olla huolellisesti suunni-teltu tietotekniikan hyödyllisyyden maksimoimiseksi. Lisäksi opettajan on valittava käytettävät ohjelmistot harkiten, että tietotekniikka tukee uuden asian oppimista, mutta niin ettei tietotekniikan opettelu vie liikaa huomiota opittavalta asialta. Haasteellisinta voi olla käytössä olevan ajan jakaminen käytetyn tietotekniikan opettamisen ja käsitteiden opettamisen välille. Uusi opetus-suunnitelma saattaa kuitenkin helpottaa ajankäytöllisiä ongelmia ainakin lyhyen matematiikan kohdalla jakamalla opetettavan sisällön kahdelle kurssille (Opetushallitus 2015).

Sähköisiä ympäristöjä ja työskentelyä on tutkittu sekä yksilöllisestä (Özyurt ym. 2014) et-tä yhteistoiminnallisesta näkökulmasta (Oikarinen ym. 2014). Kolloffelin ym. (2011) vertaile-vassa tutkimuksessa havaittiin, että parityöskentely oli hyödyllisempää kuin yksin työskente-ly. Toisaalta eroja ei ollut parityöskentelyssä tietotekniikan kanssa opiskeltaessa tai ilman si-

tä. Kuitenkin molemmilla teknologisilla menetelmillä on hyvät puolensa. Yhteistoiminnallinen tietokonetyöskentely on lähellä työelämää ja se lisää yhteenkuuluvuutta (Oikarinen ym. 2014), jolla voi olla myös merkittävä vaikutus opiskelijan hyvinvointiin. Yksilöllistä opiskelua suosivassa ohjelmistossa opiskelija saa juuri hänelle sopivaa haastetta, mikä tukee itsenäistymistä ja motivoi opiskelijaa (Özyurt ym. 2014). Molemmissa sekä yhteistoiminnallisessa että yksilöllisessä opiskelussa sähköisen arvioinnin hyötyjä ovat palautteen välittömyys ja oikein ajoitetun opastuksen saaminen (Homik & Höim 2015; Özyurt ym. 2014). Toisaalta tietotekniikka ei hyödytä opiskelijaa tai opettajaa yhtä hyvin, jos sen käytön mahdollisuuksia rajoittaa levottomuus (Fong ym. 2012) tai negatiiviset asenteet (Alajääski 2006). Opettajalla näyttäisi olevan merkittävä rooli opiskelijoiden tietotekniikkaan kohdistuvien mielipiteiden muodostajana (Turel 2014), sillä opettajan tietotekniikan käyttötottumukset heijastuvat opiskelijan asenteisiin ja käyttötottumuksiin. Opintasuoritusten arviointiin käytetyn tietotekniikan hyödyistä löytyi kuitenkin positiivisia tuloksia, joita voidaan hyödyntää esimerkiksi sähköisessä itsearvioinnissa. Lisäksi oppimisen reflektoinnilla näyttäisi olevan positiivisia vaikutuksia oppimistuloksiin (Eysink ym. 2009). Myös lukion opetussuunnitelman perusteiden nojalla opiskelijan itsearvioinnin täytyy olla osana arviointia (Opetushallitus 2015). Sähköisestä ympäristöstä ainakin viestinnän lisääminen ja palautteen välittömyys ovat mahdollisia opetuskäytön kohteita. Kuitenkin lisää tutkimusta tarvitaan sähköisistä arviointimenetelmistä.

Tietotekniikan vaikutuksista opintomenestykseen ja tietotekniikkaan suhtautumisen välisestä yhteydestä ei ole tehty suoraa tutkimusta. Özyurt ym. (2014) huomasivat, että miesopiskelijat menestyvät paremmin kuin naisopiskelijat. Heidän aikaisemmassa (2013) tutkimuksessa opiskelijat pitivät sähköistä järjestelmää heitä hyödyttävänä, mihin kuitenkin saattaa osittain vaikuttaa opiskelijoille uusi opetusmenetelmä, kuten Alajääskin (2006) havainnoista voi tulkita. Toisaalta Alajääski (2006) havaitsi, että miesopiskelijoiden suhtautuminen sähköistä opiskelua kohtaan parani sen käytön myötä. On siis mahdollista, että tietotekniikan hyödyntäminen opetukseen ja opiskeluun voi parantaa opintosuorituksia, jos opiskelija kokee sen käytön positiiviseksi. Tietotekniikkaan kohdistuvia mielikuvia muuttamalla voisi saada sen käyttämisestä mahdollisesti hyödyllisempää. Myös opiskelijoiden opastuksella voidaan muuttaa tietotekniikan opetuskäytön tehokkuutta ja mahdollisesti yhdistelemällä erilaisten opetusohjelmistojen hyviä ominaisuuksia (Eysink ym. 2009).

Opiskelussa tarvittavien sähköisten laitteiden käyttö ja vaatimukset ovat muuttuneet lukioissa sähköisten ylioppilaskirjoitusten myötä (Digabi www.sivusto). Opetuksen sähköistyminen ja uusien laitteiden hankkiminen muuttavat opetusta ja opiskelua, kuten Forsterkin (2007) havaitsi, että kämmenlaitteiden ominaisuudet eivät ole riittävät tietyissä opetustilanteissa. Yhteys opettajien tietotekniikan totumuksilla (Turel 2014) ja opiskelijoiden asenteilla tietotekniikkaa kohtaan (Alajääski 2006) saattaa johtua tietotekniikan ja opetuksen päivittyksen vaikutuksesta.

Ratkaisematta on vielä hyödyllisin tapa käyttää tietotekniikkaa parantamaan käsitteiden opetusta. Lisäksi kuinka ennaltaehkäistä ja korjaata väärinkäsityksiä, jotka eivät johdu tietotekniikasta vaan tilastojen ja todennäköisyyden abstraktista luonteesta. Kuitenkin opiskelijan

itsereflektointi voi parantaa käsitteellistä ymmärrystä (Eysink ym. 2009), mutta se on herkkää väärinymmärtämiselle (Berthold & Renkl 2009). Ainakin uuden opetussuunnitelman (2015) lyhyen matematiikan osalta tilastojen ja todennäköisyyden kurssin jakaminen kahteen osaan voi tuoda tarvittavaa joustavuutta opetukseen ja ennaltaehkäistä väärinkäsityksiä.

Lähteet

- Aizikovitsh-Udi, E. & Radakovic, N. (2012). Teaching probability by using geogebra dynamic tool and implementing critical thinking skills. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46:4943–4947. doi: 10.1016/j.sbspro.2012.06.364.
- Alajääski, J. (2006). How does web technology affect students' attitudes towards the discipline and study of mathematics/statistics? *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 37(1):71–79.
- Arena, D. A. & Schwartz, D. L. (2013). Experience and explanation: Using videogames to prepare students for formal instruction in statistics. *Journal of Science Education and Technology*, 23:538–548. doi: 10.1007/s10956-013-9483-3.
- Berthold, K. & Renkl, A. (2009). Instructional aids to support a conceptual understanding of multiple representations. *Journal of educational psychology*, 101(1):70–87. doi: 10.1037/a0013247.
- Biehler, R. (1997). 14. students' difficulties in practicing computer-supported data analysis: Some hypothetical generalizations from results of two exploratory studies. *Proceedings of the 1996 IASE Round Table Conference University of Granada*, s. 169–190.
- Chan, S. W. & Ismail, Z. (2014). A technology-based statistical reasoning assessment tool in descriptive statistics for secondary school students. *TOJET : The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 13(1):29–46.
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The role of technology in improving student learning of statistics. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1):1–26.
- Charp, S. (1996). Curriculum integration. *T H E Journal*, 23(10):4.
- Christensen, A. R. & Stephens, L. J. (2003). Microsoft excel as a supplement in a high school statistics course. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 34(6):881–885.

- Cohen, S., Smith, G., Chechile, R. A., Burns, G., & Tsai, F. (1996). Identifying impediments to learning probability and statistics from an assessment of instructional software. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 21(1):35–54.
- Digabi www-sivusto. Digabi – aikataulu. URL <https://digabi.fi/digabi/>. Luettu: 12.12.2016.
- Dos Santos Ferreira, R., Kataoka, V. Y., & Karrer, M. (2014). Teaching probability with the support of the R statistical software. *Statistics Education Research Journal*, 13(2):132–147.
- Eysink, T. H. S., de Jong, T., Berthold, K., Kolloffel, B., Opfermann, M., & Wouters, P. (2009). Learner performance in multimedia learning arrangements: An analysis across instructional approaches. *American Educational Research Journal*, 46(4):1107–1149. doi: 10.3102/0002831209340235.
- Fong, S. F., Por, F. P., & Tang, A. L. (2012). Effects of multiple simulation presentation among students of different anxiety levels in the learning of probability. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 11(3):105–114.
- Forster, P. A. (2007). Technologies for teaching and learning about box plots and statistical analysis. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 14(3):137–146.
- Gerjets, P., Scheiter, K., Opfermann, M., Hesse, F. W., & Eysink, T. H. S. (2009). Learning with hypermedia: The influence of representational formats and different levels of learner control on performance and learning behavior. *Computers in Human Behavior*, 25(2):360–370. doi: 10.1016/j.chb.2008.12.015.
- Hammerman, J. K. & Rubin, A. (2004). Strategies for managing statistical complexity with new software tools. *Statistics Education Research Journal*, 3(2):17–41.
- Hommik, C. & Hõim, T. (2015). Teachers' feedback to secondary-level statistics course innovation: Computer-based education pilot in estonia. *Proceedings of the European Conference on e-Learning, ECEL*, s. 705–711.
- Kirschner, P. A. (2017). Stop propagating the learning styles myth. *Computers and Education*, 106:166–171. doi: 10.1016/j.compedu.2016.12.006.
- Kolloffel, B., Eysink, T. H. S., de Jong, T., & Wilhelm, P. (2009). The effects of representational format on learning combinatorics from an interactive computer simulation. *Instructional Science*, 37(6):503–517. doi: 10.1007/s11251-008-9056-7.

- Kolloffel, B., Eysink, T. H. S., & de Jong, T. (2010). The influence of learner-generated domain representations on learning combinatorics and probability theory. *Computers in Human Behavior*, 26(1):1–11. doi: 10.1016/j.chb.2009.07.008.
- Kolloffel, B., Eysink, T. H. S., & de Jong, T. (2011). Comparing the effects of representational tools in collaborative and individual inquiry learning. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 6(2):223–251. doi: 10.1007/s11412-011-9110-3.
- Konold, C. (1999). Developing tools and curricula for enhancing data analysis in the middle school. URL <http://www.srri.umass.edu/tinkerplots-project/>. Luettu: 5.12.2016.
- Lipson, K., Kokonis, S., & Francis, G. (2003). Investigation of students' experiences with a web-based computer simulation. *Proceedings of the 2003 IASE Satellite Conference on Statistics Education and the Internet*.
- McClintock, S. (2011). Counting priests, paladins, & pets. *The Mathematics Teacher*, 105(3): 214–218. doi: 10.5951/matteacher.105.3.0214?seq=1&cid=pdf.
- Meletiou-Mavrotheris, M. (2003). Technological tools in the introductory statistics classroom: Effects on student understanding of inferential statistics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 8(3):265–297. doi: IJCO.0000021794.08422.65.
- Meletiou-Mavrotheris, M., Lee, C., & Fouladi, R. T. (2007). Introductory statistics, college student attitudes and knowledge—a qualitative analysis of the impact of technology-based instruction. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 38(1):65–83.
- Meletiou-Mavrotheris, M. & Stylianou, D. C. (2003). Graphical representation of data: The effect of the use of a dynamical statistics technological tool. *Proceedings of the Sixth International Conference on Computer Based Learning In Science*. Department of Educational Sciences, University of Cyprus.
- Oikarinen, J. K., Järvelä, S., & Kaasila, R. (2014). Finnish upper secondary students' collaborative processes in learning statistics in a cscl environment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(3):325–348.
- Opetushallitus. (2003). Lukion opetussuunnitelman perusteet 2003. URL http://www.oph.fi/download/47345_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2003.pdf.
- Opetushallitus. (2015). Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015. URL http://www.oph.fi/download/172124_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2015.pdf.

- Pfannkuch, M., Arnold, P., & Wild, C. J. (2015). What i see is not quite the way it really is: students' emergent reasoning about sampling variability. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3):343–360. doi: 10.1007/s10649-014-9539-1.
- Poelmans, S. & Wessa, P. (2015). A constructivist approach in a blended e-learning environment for statistics. *Interactive Learning Environments*, 23(3):385–401. doi: 10.1080/10494820.2013.766890.
- Prodromou, T. & Pratt, D. (2013). Making sense of stochastic variation and causality in a virtual environment. *Technology, Knowledge and Learning*, 18(3):121–147. doi: 10.1007/s10758-013-9210-4.
- Sosa, G. W., Berger, D. E., Saw, A. T., & Mary, J. C. (2011). Effectiveness of computer-assisted instruction in statistics: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 81(1):97–127. doi: 10.3102/0034654310378174.
- Tan, C.-K., Harji, M. B., & Lau, S.-H. (2011). Fostering positive attitude in probability learning using graphing calculator. *Computers & Education*, 57(3):2011–2024. doi: 10.1016/j.compedu.2011.05.005.
- The Concord Consortium www.sivusto.fathomdynamicdatasoftware.com. URL <http://fathom.concord.org/>. Luetu: 5.12.2016.
- Turel, V. (2014). Teachers' computer self-efficacy and their use of educational technology. *Turkish Online Journal of Distance Education (TOJDE)*, 15(4):130–149.
- Wilkerson-Jerde, M. & Wilensky, U. J. (2015). Patterns, probabilities, and people: Making sense of quantitative change in complex systems. *Journal of the Learning Sciences*, 24(2): 204–251. doi: 10.1080/10508406.2014.976647.
- Wouters, P., Paas, F., & van Merriënboer, J. J. G. (2009). Observational learning from animated models: Effects of modality and reflection on transfer. *Contemporary educational psychology*, 34(1):1–8. doi: 10.1016/j.cedpsych.2008.03.001.
- Özyurt, Ö., Özyurt, H., Baki, A., & Güven, B. (2013). Integration into mathematics classrooms of an adaptive and intelligent individualized e-learning environment: Implementation and evaluation of UZWEBMAT. *Computers in Human Behavior*, 29(3):726–738. doi: 10.1016/j.chb.2012.11.013.
- Özyurt, Ö., Özyurt, H., Güven, B., & Baki, A. (2014). The effects of UZWEBMAT on the probability unit achievement of turkish eleventh grade students and the reasons for such effects. *Computers & Education*, 75:1–18. doi: 10.1016/j.compedu.2014.02.005.